



**Universidad Tecnológica  
de Pereira**

## **Proyecto de grado**

**Ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores  
fotovoltaicos para reducir pérdidas de energía en  
sistemas de distribución eléctricos usando una  
formulación convexa**

PRESENTADA POR:

Andrea Bartolo Guarín

DIRIGIDA POR:

Dr. Walter Julián Gil González

Dr. Andrés Ricardo Herrera Orozco

UTP, 2024



# Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Walter Julián Gil González, Director

Andrés Ricardo Herrera Orozco, Co-Director

---

Jurado

Pereira, Junio de 2024

Ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos para reducir pérdidas de energía en sistemas de distribución eléctricos usando una formulación convexa

©Andrea Bartolo Guarín

Pereira, Junio de 2024

Programa de Ingeniería Eléctrica

Universidad Tecnológica de Pereira

Carrera 27 No 10-02 Barrio Álamos - Risaralda - Colombia

Tel. (+57)(6)3137122

*www.utp.edu.co*

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisd/index.html>*



---

# Resumen

En este trabajo de grado se aborda el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos en sistemas de distribución radiales con el fin de disminuir las pérdidas de potencia activa, empleando un modelo de programación de conos de segundo orden de enteros mixtos (MISOCP), el cual se obtiene de transformar un modelo exacto de programación no lineal de enteros mixtos (MINLP). El modelo MISOCP propuesto tiene como principal ventaja que garantiza el óptimo global debido a la estructura convexa de la función objetivo y del espacio de soluciones. Además, para evaluar el modelo se emplean dos sistemas de pruebas de 33 y 69 nodos y se consideran cinco escenarios posibles.

---

# Índice general

<b>Índice general</b>	<b>7</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>8</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>9</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>10</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	10
1.2. Justificación . . . . .	11
1.3. Objetivos . . . . .	12
1.3.1. Objetivo general . . . . .	12
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	13
1.4. Estado del arte . . . . .	13
<b>2. Modelizado</b>	<b>16</b>
2.1. Formulación exacta . . . . .	16
2.1.1. Función objetivo . . . . .	16
2.1.2. Restricciones . . . . .	17
2.1.3. Modelo completo . . . . .	20
<b>3. Método propuesto</b>	<b>22</b>
3.1. Reformulación convexa . . . . .	22
3.2. Modelo completo . . . . .	24
<b>4. Sistema de prueba y resultados</b>	<b>25</b>
4.1. Sistemas de prueba . . . . .	25
4.1.1. Sistema de prueba de 33 nodos . . . . .	25
4.1.2. Sistema de prueba de 69 nodos . . . . .	27
4.2. Resultados . . . . .	29

---

4.2.1. Resultados del sistema de 33 nodos . . . . .	30
4.2.2. Resultados del sistema de 69 nodos . . . . .	33
<b>5. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>36</b>
5.1. Conclusiones . . . . .	36
5.2. Trabajos futuros . . . . .	37



---

## Índice de tablas

4.1. Parámetros eléctricos para el sistema de prueba de 33 nodos . . . . .	26
4.2. Parámetros eléctricos para el sistema de prueba de 69 nodos . . . . .	27
4.3. Ubicación y tamaño de los generadores fotovoltaicos en el sistema de 33 nodos.	31
4.4. Ubicación y tamaño de los generadores fotovoltaicos en el sistema de 69 nodos.	33

---

# Índice de figuras

2.1. Circuito base. . . . .	17
4.1. Topología del sistema de prueba de 33 nodos . . . . .	27
4.2. Topología del sistema de prueba de 69 nodos . . . . .	30
4.3. Tensiones para los escenarios propuestos en el sistema de 33 nodos: (a) $E_1$ , (b) $E_4$ , y (c) $E_5$ . . . . .	32
4.4. Tensiones para los escenarios propuestos en el sistema de 69 nodos: (a) $E_1$ , (b) $E_4$ , y (c) $E_5$ . . . . .	34

---

## Introducción

*En este capítulo se presenta el planteamiento general del problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos en sistemas de distribución, con el fin de disminuir las pérdidas. Además, se presenta la justificación y los objetivos del presente proyecto de grado. Por último, se aborda una revisión detallada del estado del arte en relación a los métodos empleados para la incorporación de generación distribuida de forma óptima.*

### 1.1. Planteamiento del problema

El notable crecimiento de la generación distribuida (GD) la posiciona como una alternativa bastante prometedora para hacer frente a los desafíos actuales en cuestión de transición energética y cambio climático [1], lo cual ha impulsado su investigación en los últimos años. Adicionalmente, el aumento en la demanda hace que el sistema eléctrico tradicional presente múltiples inconvenientes y restricciones técnicas que pueden ser mitigados por la GD [1]. Estos sistemas de generación tiene su mayor impacto en los sistemas de distribución de energía eléctrica, ya que, pueden suplir la demanda de forma local, permitiendo su integración a pequeña escala [2]. Sin embargo, la integración de estas fuentes trae consigo múltiples desafíos al sistema tradicional y a la planificación del mismo a mediano y largo plazo [3].

La incorporación de GD basada en fuentes de energía renovable al sistema de distribución tradicional presenta desafíos técnicos, económicos y normativos, los cuales deben ser resueltos de forma adecuada, sin perjudicar el funcionamiento de los sistemas de distribución [1]. La mayoría de estos desafíos se presentan por la estocasticidad del recurso primario que requieren las fuentes de energía renovable, como la generación solar y eólica, también, debido a la posibilidad de bidireccionalidad del flujo de potencia. Además, la integración masiva de DG puede ocasionar problemas de estabilidad a la red y calidad de la energía. Por lo tanto, uno de los principales aspectos a tener en cuenta, es la ubicación y dimensionamiento de la DG en la red eléctrica de distribución, ya que depende del costo y beneficio de cada tecnología [4].

Teniendo en cuenta los desafíos anteriores, resulta indispensable realizar, de forma óptima, la ubicación y dimensionamiento de fuentes de energías renovables con el objetivo de reducir las pérdidas en el sistema eléctrico. En este sentido, se pueden encontrar en la literatura especializada múltiples métodos para dar solución a dicho problema [4, 5, 6]. Aunque la mayoría de las técnicas están basadas en métodos heurísticos, los cuales no garantizan el óptimo global a diferencia de los métodos exhaustivos [7, 8]. También, se debe tener en cuenta la demanda y los cambios que puede presentar en el tiempo y esto hace que sea cada vez más compleja la operación y control del sistema eléctrico [9]. Por consiguiente, esta propuesta de investigación se enfoca en plantear un modelo en el cual se considere el desafío que presenta la incorporación de fuentes renovables para garantizar la disminución de las pérdidas y, teniendo en cuenta, el crecimiento actual de las mismas. Adicionalmente, la propuesta se enfocará en la generación solar fotovoltaica, debido a el potencial que tiene Colombia en este tipo de tecnología. Principalmente por sus condiciones climáticas tan favorables y que se ve reflejado en el nivel promedio de irradiación solar que se presenta de 4,5 kWh/m<sup>2</sup>/día y que es mayor al promedio mundial, que es de 3,9 kWh/m<sup>2</sup>/día. En ese orden de ideas, se ha realizado una recopilación de las ventajas que tiene la implementación de dicha tecnología [10, 11], las cuales se presentan a continuación.

- La versatilidad de los sistemas fotovoltaicos.
- Escalabilidad.
- Costos decrecientes en los módulos solares fotovoltaicos.
- Es complementaria a la generación hidroeléctrica.
- Es una tecnología competitiva en la escala industrial y residencial.

## 1.2. Justificación

Desde que surgió la necesidad de buscar formas de generar electricidad amigable con el medio ambiente para disminuir el impacto negativo (generación de CO<sub>2</sub>) que pueden generar las fuentes convencionales se han propuesto nuevas formas de generación tales como: eólica, solar y geotérmica [12]. Estos tipos de generación presentan múltiples bondades, principalmente que no emiten gases de efecto invernadero (GEI) y, en consecuencia, permiten mitigar el efecto en el cambio climático. Además, las fuentes de energías renovables permiten diversificar la matriz energética para disminuir la dependencia de los combustibles fósiles [1, 2, 4]. También, el creciente aumento de la demanda de energía, y los altos precios de los combustibles, hacen

que se requieran otros tipos de generación de energía que diversifiquen la matriz energética como las fuentes de energía renovables. Por lo cual, se ha generado una evolución en la red eléctrica convencional para suplir la demanda local, aprovechando la disponibilidad de recursos renovables, esto con el fin de incursionar hacia un sistema mas sostenible. La incorporación de estas fuentes de DG, es unos de los tópicos en los cuales se presenta mayores desafíos, pero también se presentan grandes beneficios si se logran incorporar de forma correcta [13, 14].

En términos generales, la GD se encuentra en etapa de desarrollo, por lo cual se deben afrontar desafíos en términos económicos, técnicos y de conversión de energía. Adicionalmente, en los países desarrollados se presenta mayor inversión en estas tecnologías, sin embargo, no es suficiente para lograr que sea una tecnología sólida comparada con las convencionales. Aunque, en los países en proceso de desarrollo, como es el caso de Colombia, se dispone de gran cantidad de recursos renovables como la energía solar fotovoltaica y la eólica. Sin embargo, a pesar de que se dispone de agendas ambientales y algunas políticas para su implementación a gran escala [15, 16], todavía se debe seguir investigando y proponiendo alternativas para comprender, analizar y dar soluciones a los desafíos vigentes en la generación distribuida [17].

Teniendo en cuenta lo anterior, en este trabajo de investigación se aborda el desafío principal del dimensionamiento y ubicación óptima de la generación distribuida, haciendo énfasis en uno de los recursos que prima en Colombia, el cual es la energía solar fotovoltaica. Además, se aborda el tema del dimensionamiento y ubicación de generadores solares fotovoltaicos, haciendo un análisis de las pérdidas, enfocadas en el sistema de distribución. En la literatura especializada se encuentran algunas investigaciones en las cuales se aborda el tema en sistemas eléctricos de potencia. Sin embargo, hace falta profundizar las investigaciones sobre este tópico en sistemas de distribución. Considerando que las fuentes de energía pertenecientes a la generación distribuida, por lo general, son de poca capacidad, por lo cual resulta pertinente su análisis en el sistema de distribución.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo general

Determinar la ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos para reducir pérdidas de energía en sistemas de distribución energía eléctrica usando una formulación convexa.

### 1.3.2. Objetivos específicos

1. Desarrollar un modelo matemático de optimización que represente adecuadamente el problema de minimización de pérdidas de energía en sistemas de distribución energía eléctrica, considerando disponibilidad de generación distribuida.
2. Caracterizar la información de los generadores distribuidos aplicable al modelo matemático de optimización considerando un período de análisis de 24 horas.
3. Implementar el modelo matemático desarrollado en un software de optimización matemática como Matlab empleando diferentes sistemas de prueba disponibles en la literatura especializada.
4. Elaborar un documento que condense todos los resultados y análisis realizados en la presente investigación.

## 1.4. Estado del arte

Debido a la preocupación por el impacto del calentamiento global y la escasez de los combustibles fósiles, se hace necesario reducir la contaminación ambiental y la dependencia del petróleo. Por lo cual, se planteó un conjunto de alternativas sostenibles para contrarrestar los efectos de dichas problemáticas. Estas alternativas, en su gran mayoría, van dirigidas a las industrias de electricidad y transporte, que son los principales consumidores de combustibles fósiles [18]. Una de las alternativas, es la integración de generadores distribuidos ya que estos ofrecen soluciones a los desafíos energéticos a nivel mundial [19].

En este sentido, actualmente, se presenta un aumento en la incorporación de GD, puesto que presenta beneficios significativos para los operadores de red, mejorando la confiabilidad del sistema. En [20], se presentó la descripción de los beneficios tanto técnicos como económicos y ambientales de la inclusión de la GD en los sistemas de distribución y las redes eléctricas. Sin embargo, la falencia principal se encontró en la planificación de la GD. Por lo cual, se realizaron casos de pruebas en los cuales se busca determinar la ubicación y el dimensionamiento de los generadores distribuidos, como en [20], donde determinaron los nodos factibles e infactibles mediante diferentes métodos; por ejemplo, el flujo de carga exhaustivo (ELF), el análisis mejorado (IA) y la optimización de enjambre de partículas (PSO). Además, en la literatura especializada se han presentado gran variedad de metodologías para la ubicación y dimensionamiento óptimo de GD. En [21] emplearon un método de optimización, llamado algoritmo evolutivo basado en descomposición mejorado, este es un algoritmo basado en

la naturaleza y presenta la capacidad de buscar la ubicación adecuada de los GD. Para comprobar su funcionamiento se emplearon tres sistemas de pruebas de 33, 69 y 119 nodos. En este caso, se buscaba disminuir las pérdidas de potencia activa del sistema de distribución. Otra metodología aplicada se presenta en [22], denominada metodología de dos etapas. Para dar solución al problema, emplea dos métodos, el primero es CONOPT, un solver de GAMS para la parte de dimensionamiento óptimo y, la técnica de sensibilidad del sistema para la ubicación. Después de realizar una comparación de los resultados obtenidos con métodos más tradicionales, se concluyó que este método presenta mejores resultados en la disminución de las pérdidas.

También, se emplearon varios métodos para dar solución al problema de ubicación y dimensionamiento de la GD, estos son definidos como algoritmos híbridos. En [23], mediante el uso de enjambre de abejas y algoritmo genético, se realizó la ubicación de GD con el objetivo de disminuir las pérdidas del sistema y mejorar los perfiles de tensión. Una de las ventajas que presentó el uso de algoritmos híbridos es que disminuye las iteraciones y mejora los valores de desviación estándar. Cabe mencionar que, se llegó a estas conclusiones una vez se realizó una comparación con otros métodos. En [24], se presentó un modelo de planta de energía virtual (VPP - *Virtual Power Plant*), en el cual se destacó la importancia de la demanda y de que las fuentes de GD que suplen la misma se encuentren cerca al consumidor. Además, se tenía como objetivo maximizar las ganancias de la operación en el sistema bajo estudio.

Teniendo en cuenta que, las fuentes de energías renovables que más avance presentan actualmente son la solar fotovoltaica y la eólica, se han presentado metodologías en las cuales se analiza la incorporación de estas fuentes renovables. Por ejemplo, en [25] se estudió el caso de dimensionamiento de GD empleando una combinación entre un algoritmo genético híbrido y un algoritmo evolutivo de Pareto, con el fin de analizar las pérdidas y los límites de tensión. Además, se analizó una carga muy significativa en la planeación de los sistemas eléctricos, como es la incorporación de los vehículos eléctricos (VE) en éstos. Aunque, los VE aumentaron la incertidumbre del sistema ya que el modelo no consideró la aleatoriedad de dicha carga, se pudo obtener una solución óptima para la ubicación de las fuentes eólicas y solares.

Otro ejemplo, se presentó en [26], que precisa un caso en Argentina, en el que se realizó la integración de fuentes solares fotovoltaicas mediante una metodología mixta. En el cual, se realizó el análisis clásico de ubicación y dimensionamiento de GD y se agregaron componentes relacionadas con el contexto, por ejemplo, los subsidios a la energía y las altas tasas de inflación. Adicionalmente, en [27], se planteó un caso de prueba en el que la carga en los nodos y la generación son variables para la integración óptima de GD empleando un algoritmo evolutivo. Los resultados obtenidos en [27], mostraron una disminución de las pérdidas

de aproximadamente el 96 % respecto al caso base. En [28], se presentó una solución al dimensionamiento y ubicación de GD en la red de distribución haciendo uso de un algoritmo genético. La función objetivo planteada disminuía las pérdidas y mejoraba los perfiles de tensión. Además, se consideró una componente económica relacionado con los costos de operación del sistema eléctrico. Igualmente en [29], se presentó una metodología de estabilidad de voltaje de contabilidad de evolución diferencial. En este caso se planteó determinar la ubicación de GDs teniendo en cuenta como incrementa la tensión en cada nodo, como resultado de la optimización se consiguió pérdidas mínimas y similares a las pérdidas que presenta un sistema eléctrico real. Además, se realiza una comparativa con otros métodos como el de enjambre de abejas. Junto a esto, en [30] se planteó un modelo denominado enjambre de partículas (PSO), en el cual se da solución a la ubicación de los GD considerando una red de distribución y se realiza una prueba con un sistema de 26 nodos. De hecho, se encontraron otros métodos y modelos similares [31, 32].

Una vez revisada la literatura especializada se puede concluir que, en la mayoría de las referencias analizadas se hace uso de métodos aproximados. Por consiguiente, en este trabajo de investigación se propone realizar una formulación convexa para dar solución al problema de ubicación y dimensionamiento de GD. En este caso se analiza la incorporación de generación solar fotovoltaica, ya que es uno de los recursos con mayor presencia en Colombia [33]. Además, es una de las tecnologías que presenta un avance significativo. Igualmente, se emplearán varios sistemas de prueba para realizar la validación y un mejor análisis del comportamiento que presenta el sistema de distribución de energía eléctrica.



## Modelizado

*En este capítulo se explica detalladamente las partes que componen el modelo matemático exacto para encontrar la ubicación óptima de generadores fotovoltaicos en redes de distribución considerando inyección de potencia reactiva. Además, se exponen las razones de la complejidad del modelo para alcanzar un óptimo global debido a la naturaleza de las variables que componen la función objetivo y las restricciones*

### 2.1. Formulación exacta

La ubicación y el dimensionamiento óptimo de los generadores fotovoltaicos en un sistema de distribución se formulan mediante un modelo de programación no lineal de enteros mixtos (MINLP). Este modelo aborda el problema de reducción de pérdidas de energía, considerando la naturaleza no lineal, no convexa y no diferenciable del sistema. La parte binaria del modelo está asociada a la selección de los nodos para la instalación de los generadores fotovoltaicos, mientras que la parte continua se relaciona con la solución del flujo de potencia óptimo de múltiples períodos, teniendo en cuenta la variabilidad de la generación solar y la demanda de energía en diferentes momentos del día.

#### 2.1.1. Función objetivo

La función objetivo establecida para la ubicación y dimensionamiento óptimos de los generadores fotovoltaicos en un sistema de distribución radial es minimizar las pérdidas diarias de energía eléctrica en forma de calor, causadas por la resistencia de los conductores. La función objetivo toma la siguiente forma:

$$\text{mín } C_{losses} = C_{mean}^{energy} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{ij \in \mathcal{L}} R_{ij} I_{ij,t}^2 \Delta t, \quad (2.1)$$

donde  $C_{\text{mean}}^{\text{energy}}$  representa el costo promedio de la energía en kilovatios-hora,  $\mathcal{T}$  es el conjunto de todos los periodos, de igual manera,  $\mathcal{L}$  es al conjunto de todos los segmentos de la red. Además,  $R_{ij}$  corresponde a la resistencia de la sección de la red conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ ;  $I_{ij,t}$  corresponde a la magnitud de la corriente que fluye a través de la resistencia en cada tiempo  $t$ . Por último,  $\Delta t$  es la duración del periodo analizado el cual generalmente tiene valores de 15 min, 30 min o 60 min.

### 2.1.2. Restricciones

Las restricciones en el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de los generadores fotovoltaicos consideran diversos aspectos técnicos y operativos del sistema de distribución. Estos aspectos se representan mediante ecuaciones de balance de potencia aparente, límites de capacidad de los dispositivos y regulación de voltaje, entre otros criterios fundamentales.

Para obtener las restricciones relacionadas con el balance de potencia aparente, primero nos familiarizaremos con las ecuaciones de balance de potencia. Para ello, partimos de un circuito básico compuesto por una carga, un generador y un tramo de red entre dos nodos.

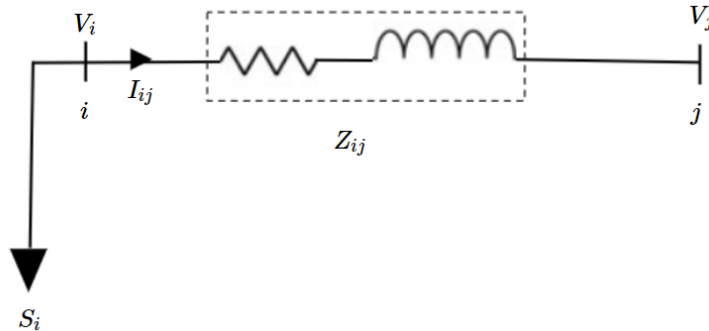


Figura 2.1: Circuito base.

En el circuito, consideramos los siguientes elementos:  $V_i$  representan la tensión compleja en el nodo  $i \in \mathcal{N}$ ,  $V_j$  es la tensión compleja en el nodo  $j \in \mathcal{N}$ ;  $Z_{ij}$  es la impedancia compleja de la sección de la red conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ ;  $S_i$  es la potencia neta (generación-carga) en el nodo  $i$ ;  $I_{ij}$  Corriente compleja entre los nodos  $i$  y  $j$ .

Teniendo en cuenta los elementos definidos anteriormente, la potencia que fluye entre los nodos  $i$  y  $j$  se puede definir en función de la corriente y la tensión, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\mathbf{S}_{ij} = \mathbf{V}_i \mathbf{I}_{ij}^*, \quad (2.2)$$

despejando la corriente se obtiene:

$$\mathbf{I}_{ij} = \left( \frac{\mathbf{S}_{ij}}{\mathbf{V}_i} \right)^*, \quad (2.3)$$

para eliminar el conjugado de la ecuación (2.3) se multiplica a ambos lados de la ecuación por el conjugado de la misma expresión.

$$\mathbf{I}_{ij} \mathbf{I}_{ij}^* = \left( \frac{\mathbf{S}_{ij}}{\mathbf{V}_i} \right)^* \left( \frac{\mathbf{S}_{ij}}{\mathbf{V}_i} \right), \quad (2.4)$$

teniendo en cuenta la propiedad de multiplicación de un numero complejo por su conjugado  $z * z^* = |z|^2$ , la expresión queda:

$$I_{ij}^2 = \left( \frac{s_{ij}}{V_i} \right)^2, \quad (2.5)$$

donde  $S_{ij}$  que corresponde al flujo de potencia del nodo  $i$  al nodo  $j$ , se puede representar en términos de la potencia activa y reactiva.

$$s_{ij} = p_{ij} + q_{ij}, \quad (2.6)$$

al reemplazar la ecuación (2.6) en (2.5), se obtiene la primera restricción que se puede deducir de las ecuaciones del flujo de potencia

$$I_{ij}^2 = \left( \frac{p_{ij}^2 + q_{ij}^2}{V_i^2} \right). \quad (2.7)$$

Por otra parte, aplicando ley de Ohm en el circuito de la figura 2.1, se tiene

$$\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j = \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{I}_{ij}, \quad (2.8)$$

despejando  $\mathbf{V}_j$  de la ecuación (2.8), se alcanza

$$\mathbf{V}_j = \mathbf{V}_i - \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{I}_{ij}, \quad (2.9)$$

ahora se reemplazando (2.3) en (2.9), se obtiene

$$\mathbf{V}_j = \mathbf{V}_i - \mathbf{Z}_{ij} \left( \frac{\mathbf{S}_{ij}}{\mathbf{V}_i} \right)^*, \quad \mathbf{V}_j = \mathbf{V}_i - \mathbf{Z}_{ij} \frac{\mathbf{S}_{ij}^*}{\mathbf{V}_i^*}, \quad (2.10)$$

a continuación, se realiza la multiplicación por el conjugado en ambos lados de la expresión.

$$\mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^* = \left( \mathbf{V}_i - \mathbf{Z}_{ij} \frac{\mathbf{S}_{ij}^*}{\mathbf{V}_i^*} \right) - \left( \mathbf{V}_i^* - \mathbf{Z}_{ij}^* \frac{\mathbf{S}_{ij}}{\mathbf{V}_i} \right), \quad (2.11)$$

teniendo en cuenta la propiedad de multiplicación de un numero complejo por su conjugado  $zz^* = |z|^2$ , la ecuación (2.11) queda de la siguiente manera:

$$V_j^2 = V_i^2 - Z_{ij}^* S_{ij} - Z_{ij} S_{ij}^* + Z_{ij}^2 \left( \frac{S_{ij}^2}{V_i^2} \right), \quad (2.12)$$

organizando los términos de la expresión

$$V_j^2 = V_i^2 + |Z_{ij}^2| \left( \frac{S_{ij}^2}{V_i^2} \right) - (Z_{ij} S_{ij}^* + Z_{ij}^* S_{ij}), \quad (2.13)$$

ahora se realizan los siguientes reemplazos en la ecuación (2.12)

$$|Z_{ij}| = R_{ij} + X_{ij}, \quad (2.14)$$

$$s_{ij} = p_{ij} + q_{ij}, \quad (2.15)$$

$$V_j^2 = V_i^2 + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) \left( \frac{p_{ij}^2 + q_{ij}^2}{V_i^2} \right) - [(R_{ij} + X_{ij})(p_{ij} + q_{ij})^* + (R_{ij} + X_{ij})^*(p_{ij} + q_{ij})], \quad (2.16)$$

simplificando la expresión que se tiene entre corchetes, se obtiene:

$$V_j^2 = V_i^2 + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) \left( \frac{p_{ij}^2 + q_{ij}^2}{V_i^2} \right) - 2(R_{ij} p_{ij} + X_{ij} q_{ij}), \quad (2.17)$$

reemplazando la ecuación (2.7) en (2.17).

$$V_j^2 = V_i^2 + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) I_{ij}^2 - 2(r_{ij} p_{ij} + X_{ij} q_{ij}). \quad (2.18)$$

Volviendo al circuito. Las perdidas de potencia en la linea corresponde a:

$$S_{ij} + S_{ji} = S_{loss-line} = Z_{ij} |I_{ij}|^2, \quad (2.19)$$

$$\sum S_{jk} - \sum (S_{ij} - Z_{ij} |I_{ij}|^2) = S_j, \quad (2.20)$$

separando la ecuación (2.20) en la parte real e imaginaria.

$$\sum P_j = \sum p_{jk} - \sum_{i:i,j} (p_{ij} - R_{ij}|I_{ij}|^2), \quad (2.21)$$

$$\sum Q_j = \sum q_{jk} - \sum_{i:i,j} (q_{ij} - X_{ij}|I_{ij}|^2). \quad (2.22)$$

Por otra parte, la magnitud del voltaje en cada nodo debe estar limitado entre un valor mínimo y máximo, con el propósito de mantener la estabilidad del sistema.

$$V^{min} \leq V_j \leq V^{max} \quad (2.23)$$

Por último, es necesario incorporar las restricciones relacionadas con los generadores fotovoltaicos. Uno de los aspectos a limitar, es la potencia máxima que se puede generar.

$$S_{j,t}^{gn} \leq S^{m\acute{a}x}, \quad (2.24)$$

donde,  $S^{m\acute{a}x}$  representa el límite máximo de inyección de potencia;  $S_{j,t}^{gn}$  corresponde a la potencia de los generadores fotovoltaicos en cada tiempo t. Por lo tanto, la potencia fotovoltaica generada, no puede superar el valor de potencia máxima definido.

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} x_j \leq N_{max}^{gn}, \quad (2.25)$$

donde,  $N_{max}^{gn}$  corresponde al número máximo de generadores fotovoltaicos disponibles para ser instalados y la variable  $x_j$  determina la instalación de un generador fotovoltaico en el nodo j.

$$P_{j,t}^{gn} \leq x P_{max}^{gn} f_t. \quad (2.26)$$

En la ecuación (2.26),  $P_{j,t}^{gn}$  corresponde a la potencia activa generada en el nodo j en cada uno de los instantes de tiempo;  $P_{max}^{gn}$  corresponde al límite máximo de potencia activa;  $f_t$  corresponde al factor de curva que representa la tendencia de la curva de los generadores fotovoltaicos.

### 2.1.3. Modelo completo

El modelo completo integra tanto la función objetivo como las restricciones definidas anteriormente. Este modelo proporciona una representación integral de la optimización de la ubicación de los generadores fotovoltaicos y la disminución del costo asociado a las pérdidas del sistema de distribución.

$$\min C_{losses} = C_{mean}^{energy} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{ij \in \mathcal{L}} R_{ij} I_{ij,t}^2 \Delta t, \quad (2.27)$$

$$\sum P_{j,t} - P_{j,t}^{gn} = \sum p_{jk,t} - \sum_{i:i,j} (p_{ij,t} - R_{ij} |I_{ij,t}|^2) \{j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (2.28)$$

$$\sum Q_{j,t} - Q_{j,t}^{gn} = \sum q_{jk,t} - \sum_{i:i,j} (q_{ij,t} - X_{ij} |I_{ij,t}|^2) \{j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (2.29)$$

$$V_{j,t}^2 = V_{i,t}^2 + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) I_{ij,t}^2 - 2(R_{ij} p_{ij,t} + X_{ij} q_{ij,t}) \{(i,j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (2.30)$$

$$I_{ij,t}^2 = \left( \frac{p_{ij,t}^2 + q_{ij,t}^2}{V_{i,t}^2} \right) \{(i,j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (2.31)$$

$$V^{min} \leq V_{j,t} \leq V^{max} \{t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{N}\}, \quad (2.32)$$

$$S_{j,t}^{gn} \leq S^{m\acute{a}x} \{t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{N}\}, \quad (2.33)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} x_j \leq N_{max}^{gn} \{j \in \mathcal{N}\}, \quad (2.34)$$

$$P_{j,t}^{gn} \leq x P_{max}^{gn} f_t \{t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{N}\}, \quad (2.35)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, j \in \mathcal{N}. \quad (2.36)$$

En las ecuaciones (2.28) y (2.29) relacionadas con el flujo de potencia, se agrega  $P_{j,t}^{gn}$  que corresponden a la potencia activa y  $Q_{j,t}^{gn}$  que corresponden a la potencia reactiva de los generadores fotovoltaicos. Además, se agrega la variable del tiempo para representar cada uno de los períodos a analizar y el conjunto al que pertenecen  $\{t \in \mathcal{T}\}$ ; de igual forma, se establece el conjunto al que pertenecen las líneas  $\{(i,j) \in \mathcal{L}\}$  y los nodos  $\{j \in \mathcal{N}\}$  donde  $\mathcal{N}$  es el conjunto de todos los nodos del sistema. También, se agregó al modelo la ecuación (2.33) que restringe el número máximo de generadores fotovoltaicos que se pueden instalar en el sistema de distribución; la ecuación (2.34) limita la generación de potencia activa en cada instante de tiempo; por último, la ecuación (2.35) limita la generación total de potencia.

Aunque el modelo de MINLP representa con precisión el problema de la ubicación óptima de generadores fotovoltaicos en sistemas de distribución, poder resolverlo plantea un gran desafío debido a la naturaleza de sus restricciones, que pueden ser convexas, no convexas y binarias. Por lo tanto, es necesario realizar una reformulación del modelo, la cual se presentará en el siguiente capítulo.

## Método propuesto

*En esta capítulo se describe la metodología propuesta para dar solución al problema de ubicación y dimensionamiento óptima de generadores fotovoltaicos en redes de distribución considerando inyección de potencia reactiva, la cual consiste en una reformulación convexa del modelo MINLP para convertirlo en un modelo MISOCP para garantizar el óptimo global del problema.*

### 3.1. Reformulación convexa

Para resolver el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos en la red de distribución, es necesario realizar una reformulación, la cual consiste en un modelo de cono de segundo orden entero mixto(MISOCP).Para empezar, se definen las siguientes variables auxiliares

$$l_{i,j,t} = I_{i,j,t}^2, \quad (3.1)$$

$$z_{i,t} = V_{j,t}^2, \quad (3.2)$$

ahora se procede a reemplazar las variables auxiliares en la función objetivo y las restricciones pertinentes.

$$\text{mín } C_{losses} = C_{mean}^{energy} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{ij \in \mathcal{L}} R_{ij} l_{ij,t} \Delta t, \quad (3.3)$$

$$\sum P_{j,t} - P_{j,t}^{gn} = \sum p_{jk,t} - \sum_{i:i,j} (p_{ij,t} - R_{ij} |l_{ij,t}|) \{j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (3.4)$$

$$\sum Q_{j,t} - Q_{j,t}^{gn} = \sum q_{jk,t} - \sum_{i:i,j} (q_{ij,t} - X_{ij} |l_{ij,t}|) \{j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (3.5)$$

$$z_{j,t} = z_{i,t} + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) l_{ij,t} - 2 (R_{ij} p_{ij,t} + X_{ij} q_{ij,t}) \{(i, j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (3.6)$$

$$l_{ij,t}z_{i,t} = p_{ij,t}^2 + q_{ij,t}^2 \{(i, j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}. \quad (3.7)$$

Aunque se logra convertir las ecuaciones (3.3)-(3.6) a expresiones lineales y por lo tanto convexas. La ecuación (3.7) es la más compleja ya que representa el producto entre las variables auxiliares correspondientes a voltaje y corriente.

$$l_{ij,t}z_{i,t} = p_{ij,t}^2 + q_{ij,t}^2 \{(i, j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}. \quad (3.8)$$

La restricción (3.8) puede ser reformulada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} l_{ij,t}^2 z_{i,t}^2 &= \frac{1}{4}(l_{ij,t} + z_{i,t})^2 - \frac{1}{4}(l_{ij,t} - z_{i,t})^2 = p_{ij,t}^2 + q_{ij,t}^2 \\ \frac{1}{4}(l_{ij,t} + z_{i,t})^2 &= p_{ij,t}^2 + q_{ij,t}^2 + \frac{1}{4}(l_{ij,t} - z_{i,t})^2 \\ (l_{ij,t} + z_{i,t})^2 &= 4p_{ij,t}^2 + 4q_{ij,t}^2 + (l_{ij,t} - z_{i,t})^2 \\ l_{ij,t} + z_{i,t} &= \sqrt{4p_{ij,t}^2 + 4q_{ij,t}^2 + (l_{ij,t} - z_{i,t})^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9), se puede escribir usando la norma Euclidiana, como

$$\left\| \begin{array}{c} 2p_{ij,t} \\ 2q_{ij,t} \\ l_{ij,t} - z_{i,t} \end{array} \right\| = l_{ij,t} + z_{i,t}. \quad (3.10)$$

A pesar de que la ecuación (3.10) sea cónica, conserva su naturaleza no convexa debido a la imposición de la igualdad, investigaciones anteriores, como las presentadas en [34], han señalado que esta condición puede ser relajada mediante la introducción de un símbolo de mínimo igual. Esta modificación transforma rápidamente la restricción en una aproximación convexa.

$$\left\| \begin{array}{c} 2p_{ij,t} \\ 2q_{ij,t} \\ l_{ij,t} - z_{i,t} \end{array} \right\| \leq l_{ij,t} + z_{i,t}. \quad (3.11)$$

Una vez definida la reformulación en cada una de las ecuaciones que presentaban inconvenientes se puede obtener la transformación del modelo MINLP a un modelo MISOCP, como se muestra a continuación.



## 3.2. Modelo completo

El modelo completo, ahora adaptado como un modelo MISOCP, engloba tanto la función objetivo como todas las restricciones previamente establecidas.

$$\min C_{losses} = C_{mean}^{energy} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{ij \in \mathcal{L}} R_{ij} l_{ij,t} \Delta t, \quad (3.12)$$

$$\sum P_{j,t} - P_{j,t}^{gn} = \sum p_{jk,t} - \sum_{i:i,j} (p_{ij,t} - R_{ij} |l_{ij,t}|) \{j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (3.13)$$

$$\sum Q_{j,t} - Q_{j,t}^{gn} = \sum q_{jk,t} - \sum_{i:i,j} (q_{ij,t} - X_{ij} |l_{ij,t}|) \{j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (3.14)$$

$$z_{j,t} = z_{i,t} + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) l_{ij,t} - 2(R_{ij} p_{ij,t} + X_{ij} q_{ij,t}) \{(i, j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (3.15)$$

$$\left\| \begin{array}{c} 2p_{ij,t} \\ 2q_{ij,t} \\ l_{ij,t} - z_{i,t} \end{array} \right\| \leq l_{ij,t} + z_{i,t} \{(i, j) \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}\}, \quad (3.16)$$

$$V^{min} \leq V_{j,t} \leq V^{max} \{t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{N}\}, \quad (3.17)$$

$$S_{j,t}^{gn} \leq S^{max} \{t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{N}\}, \quad (3.18)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} x_j \leq N_{max}^{gn} \{j \in \mathcal{N}\}, \quad (3.19)$$

$$P_{j,t}^{gn} \leq x P_{max}^{gn} f_t \{t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{N}\}, \quad (3.20)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, j \in \mathcal{N}. \quad (3.21)$$

Una de las ventajas más destacadas del modelo MISOCP radica en su capacidad para asegurar la obtención del óptimo global para el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos en redes de distribución. Este problema se resuelve empleando una versión modificada del método Branch & Cut (B&C) [35], y el método de punto interior. El uso de estas técnicas en combinación permite explorar exhaustivamente el espacio de soluciones, evitando quedar atrapado en óptimos locales y garantizando así la identificación del óptimo global.

---

## Sistema de prueba y resultados

*En este capítulo se prueba el modelo MISOCP definido en el capítulo anterior, haciendo uso de dos sistemas de pruebas de 33 y 69 nodos y evaluando cinco escenarios posibles. Además, se muestran los resultados obtenidos en cuestión de pérdidas de potencia activa y comportamiento de las tensiones en cada escenario, y su respectivo análisis.*

### 4.1. Sistemas de prueba

Para evaluar el modelo MISOCP propuesto en el capítulo anterior, se consideran dos sistemas de distribución radiales los cuales fueron obtenidos de la literatura especializada [36]. Estos sistemas de pruebas se constituyen de 33 y 69 nodos. Además, se consideran cinco escenarios y para cada uno se evalúa el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos con el fin de disminuir el costo en las pérdidas.

#### 4.1.1. Sistema de prueba de 33 nodos

El sistema de prueba en cuestión está compuesto por 33 nodos y 32 líneas y opera a una tensión de 12,66 kV en el nodo Slack que corresponde al primer nodo. Este sistema tiene una demanda de potencia activa y reactiva de 3715 kW y 2300 kVAr respectivamente [37]. Además, se emplea una potencia base de 1000 kVA y una tensión base de 12.66 kV.

En la figura 4.1 se tiene la configuración del sistema de prueba actual, cuyos parámetros se muestran en la tabla 4.1 y fueron obtenidos de literatura especializada [36].

Tabla 4.1: Parámetros eléctricos para el sistema de prueba de 33 nodos

Nodo <sub>i</sub>	Nodo <sub>j</sub>	$R_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$X_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$P_j$ [kW]	$Q_j$ [kW]
1	2	0,0922	0,0477	100	60
2	3	0,4930	0,2511	90	40
3	4	0,3660	0,1864	120	80
4	5	0,3811	0,1941	60	30
5	6	0,8190	0,7070	60	20
6	7	0,1872	0,6188	200	100
7	8	1,7114	1,2351	200	100
8	9	1,0300	0,7400	60	20
9	10	1,0400	0,7400	60	20
10	11	0,1966	0,0650	45	30
11	12	0,3744	0,1238	60	35
12	13	1,4680	1,1550	60	35
13	14	0,5416	0,7129	120	80
14	15	0,5910	0,5260	60	10
15	16	0,7463	0,5450	60	20
16	17	1,2890	1,7210	60	20
17	18	0,7320	0,5740	90	40
2	19	0,1640	0,1565	90	40
19	20	1,5042	1,3554	90	40
20	21	0,4095	0,4784	90	40
21	22	0,7089	0,9373	90	40
3	23	0,4512	0,3083	90	50
23	24	0,8980	0,7091	420	200
24	25	0,8960	0,7011	420	200
6	26	0,2030	0,1034	60	25
26	27	0,2842	0,1447	60	25
27	28	1,0590	0,9337	60	20
28	29	0,8042	0,7006	120	70
29	30	0,5075	0,2585	200	600
30	31	0,9744	0,9630	150	70
31	32	0,3105	0,3619	210	100

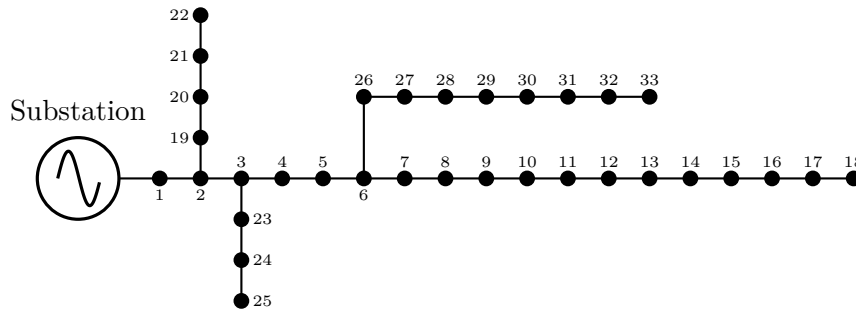


Figura 4.1: Topología del sistema de prueba de 33 nodos

Nodo <sub>i</sub>	Nodo <sub>j</sub>	$R_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$X_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$P_j$ [kW]	$Q_j$ [kW]
32	33	0,3410	0,5302	60	40

#### 4.1.2. Sistema de prueba de 69 nodos

El sistema de prueba en cuestión está compuesto por 69 nodos y 68 líneas y opera a una tensión de 12,66 kV en el nodo Slack que corresponde al primer nodo. Este sistema tiene una demanda de potencia activa y reactiva de 3890,7 kW y 2693,6 kVAr, respectivamente [37]. Además, se emplea una potencia base de 1000 kVA y una tensión base de 12.66 kV.

En la figura 4.2 se tiene la configuración de este sistema de prueba, cuyos parámetros se muestran en la tabla 4.2 y fueron obtenidos de literatura especializada [36].

Tabla 4.2: Parámetros eléctricos para el sistema de prueba de 69 nodos

Nodo <sub>i</sub>	Nodo <sub>j</sub>	$R_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$X_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$P_j$ [kW]	$Q_j$ [kW]
1	2	0,0005	0,0012	0	0
2	3	0,0005	0,0012	0	0
3	4	0,0015	0,0036	0	0
4	5	0,0251	0,0294	0	0
5	6	0,3660	0,1864	2,6	2,2
6	7	0,3811	0,1941	40,4	30
7	8	0,0922	0,0470	75	54
8	9	0,0493	0,0251	30	22
9	10	0,8190	0,2707	28	19
10	11	0,1872	0,0619	145	104

Nodo <sub>i</sub>	Nodo <sub>j</sub>	$R_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$X_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$P_j$ [kW]	$Q_j$ [kW]
11	12	0,7114	0,2351	145	104
12	13	1,0300	0,3400	8	5
13	14	1,0440	0,3450	8	5
14	15	1,0580	0,3496	0	0
15	16	0,1966	0,0650	45	30
16	17	0,3744	0,1238	60	35
17	18	0,0047	0,0016	60	35
18	19	0,3276	0,1083	0	0
19	20	0,2106	0,0690	1	0,6
20	21	0,3416	0,1129	114	81
21	22	0,0140	0,0046	5	3,5
22	23	0,1591	0,0526	0	0
23	24	0,3463	0,1145	28	20
24	25	0,7488	0,2475	0	0
25	26	0,3089	0,1021	14	10
26	27	0,1732	0,0572	14	10
3	28	0,0044	0,0108	26	18,6
28	29	0,0640	0,1565	26	18,6
29	30	0,3978	0,1315	0	0
30	31	0,0702	0,0232	0	0
31	32	0,3510	0,1160	0	0
32	33	0,8390	0,2816	10	10
33	34	1,7080	0,5646	14	14
34	35	1,4740	0,4873	4	4
3	36	0,0044	0,0108	26	18,55
36	37	0,0640	0,1565	26	18,55
37	38	0,1053	0,1230	0	0
38	39	0,0304	0,0355	24	17
39	40	0,0018	0,0021	24	17
40	41	0,7283	0,8509	102	1
41	42	0,3100	0,3623	0	0
42	43	0,0410	0,0478	6	4,3
43	44	0,0092	0,0116	0	0

Nodo <sub>i</sub>	Nodo <sub>j</sub>	$R_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$X_{ij}$ [ $\Omega$ ]	$P_j$ [kW]	$Q_j$ [kW]
44	45	0,1089	0,1373	39,22	26,3
45	46	0,0009	0,0012	39,22	26,3
4	47	0,0034	0,0084	0	0
47	48	0,0851	0,2083	79	56,4
48	49	0,2898	0,7091	384,7	274,5
49	50	0,0822	0,2011	384,7	274,5
8	51	0,0928	0,0473	40,5	28,3
51	52	0,3319	0,1140	3,6	2,7
9	53	0,1740	0,0886	4,35	3,5
53	54	0,2030	0,1034	26,4	19
54	55	0,2842	0,1447	24	17,2
55	56	0,2813	0,1433	0	0
56	57	1,59	0,5337	0	0
57	58	0,7837	0,263	0	0
58	59	0,3042	0,1006	100	72
59	60	0,3861	0,1172	0	0
60	61	0,5075	0,2585	1244	888
61	62	0,0974	0,0496	32	23
62	63	0,145	0,0738	0	0
63	64	0,7105	0,3619	227	162
64	65	1,041	0,5302	59	42
11	66	0,2012	0,0611	18	13
66	67	0,0047	0,0014	18	13
12	68	0,7394	0,2444	28	20
68	69	0,0047	0,0016	28	20

## 4.2. Resultados

La implementación del modelo MISOCP propuesto se realizó en matlab y se resuelve haciendo uso de la herramienta de optimización convexa CVX [38] y el solver MOSEK [39].

Para validar el modelo MISOCP se emplean los siguientes cinco escenarios de prueba:

- I.)  $\mathbf{E}_1$ : Es el escenario base.

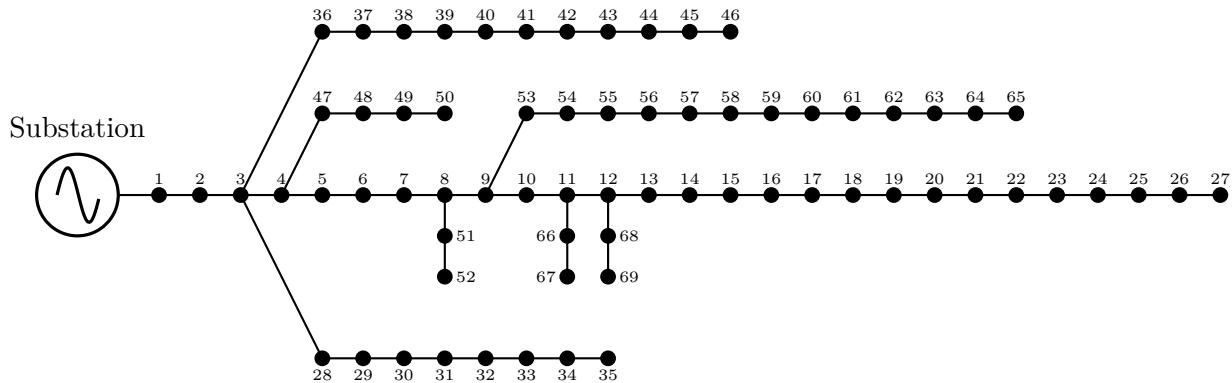


Figura 4.2: Topología del sistema de prueba de 69 nodos

- II.)  $\mathbf{E}_2$ : Es el escenario donde se considera solo la variación en potencia activa, y se realiza la instalación de un generador fotovoltaico.
- III.)  $\mathbf{E}_3$ : Es el escenario donde se considera solo la variación en potencia activa, y se realiza la instalación de dos generadores fotovoltaicos.
- IV.)  $\mathbf{E}_4$ : Es el escenario donde se considera solo la variación en potencia activa, y se realiza la instalación de tres generadores fotovoltaicos.
- v.)  $\mathbf{E}_5$ : En este escenario se considera la variación en potencia activa y reactiva por parte de los generadores fotovoltaicos, y se considera la instalación de tres generadores fotovoltaicos.

Posteriormente, se realiza una comparación entre cada uno de los escenarios, así como de los mejores resultados obtenidos según el número de generadores instalados, con el fin de identificar la configuración óptima en términos de eficiencia y reducción de pérdidas en el sistema de distribución. Además, se analiza el comportamiento de las tensiones en cada nodo para cada instante de tiempo.

#### 4.2.1. Resultados del sistema de 33 nodos

En la tabla 4.3 se muestran los resultados obtenidos para el sistema de prueba de 33 nodos en cada uno de los escenarios de prueba. Para cada escenario se presenta el nodo de localización, el tamaño del generador instalado, el valor de la función objetivo y los porcentajes de reducción de pérdidas de energía.

Tabla 4.3: Ubicación y tamaño de los generadores fotovoltaicos en el sistema de 33 nodos.

Escenario	Localización(nodo)	Tamaño(MVAr)	Función objetivo(USD)	Reducción(%)
$\mathbf{E}_1$	-	-	308.8791	-
$\mathbf{E}_2$	8	1.6669	216.5801	29.8819
$\mathbf{E}_3$	{13, 30}	{0.7962, 1.0762}	177.7763	42.4446
$\mathbf{E}_4$	{14, 24, 30}	{0.7419, 1.0215, 0.9895}	161.5229	47.7067
$\mathbf{E}_5$	{14, 24, 30}	{0.7704, 1.0779, 1.2772}	88.6913	71.2861

En el escenario  $\mathbf{E}_1$  se obtiene el costo de las pérdidas que corresponde a 308.8791 USD, ahora si se realiza una comparación del escenario  $\mathbf{E}_1$  con los otros escenarios se obtiene los siguientes resultados:

- En el escenario  $\mathbf{E}_2$  se obtiene un valor de costo de pérdidas de 216.5801 USD que corresponde a una disminución del 30 % con respecto al valor del escenario  $\mathbf{E}_1$ . Con el escenario  $\mathbf{E}_3$  se obtiene un valor de 177.7763 USD que comprende una disminución del 42 % comparado con el escenario  $\mathbf{E}_1$  y de un 18 % de reducción si se compara con el valor para el escenario  $\mathbf{E}_2$ . para el escenario  $\mathbf{E}_4$  se obtiene una disminución en las pérdidas de 48 % con respecto al escenario  $\mathbf{E}_1$  y de un 9 % con respecto al escenario  $\mathbf{E}_3$ . Según los valores obtenidos se evidencia que, el mejor escenario es  $\mathbf{E}_4$ .
- En el escenario  $\mathbf{E}_5$  se obtiene un valor en las pérdidas de 88.6913 USD que corresponde al 71 % de reducción si se compara con el valor del escenario  $\mathbf{E}_1$  y del 45 % si se compara con el escenario  $\mathbf{E}_4$ . Lo cual nos permite deducir que, de forma general el mejor escenario es  $\mathbf{E}_5$ .

Por otra parte, las figuras 4.3(a), 4.3(b), y 4.3(c) presentan los resultados obtenidos de las tensiones para los escenarios  $\mathbf{E}_1$ ,  $\mathbf{E}_4$  y  $\mathbf{E}_5$ . Inicialmente, se realiza la gráfica del escenario  $\mathbf{E}_1$  que corresponde a la figura 4.3(a), donde se puede encontrar la distribución de las tensiones para los 33 nodos en las 24 horas del día, donde se evidencia que en horas de la noche se presentan los valores mas bajos de voltaje debido a que hay mayor demanda en dichas horas.



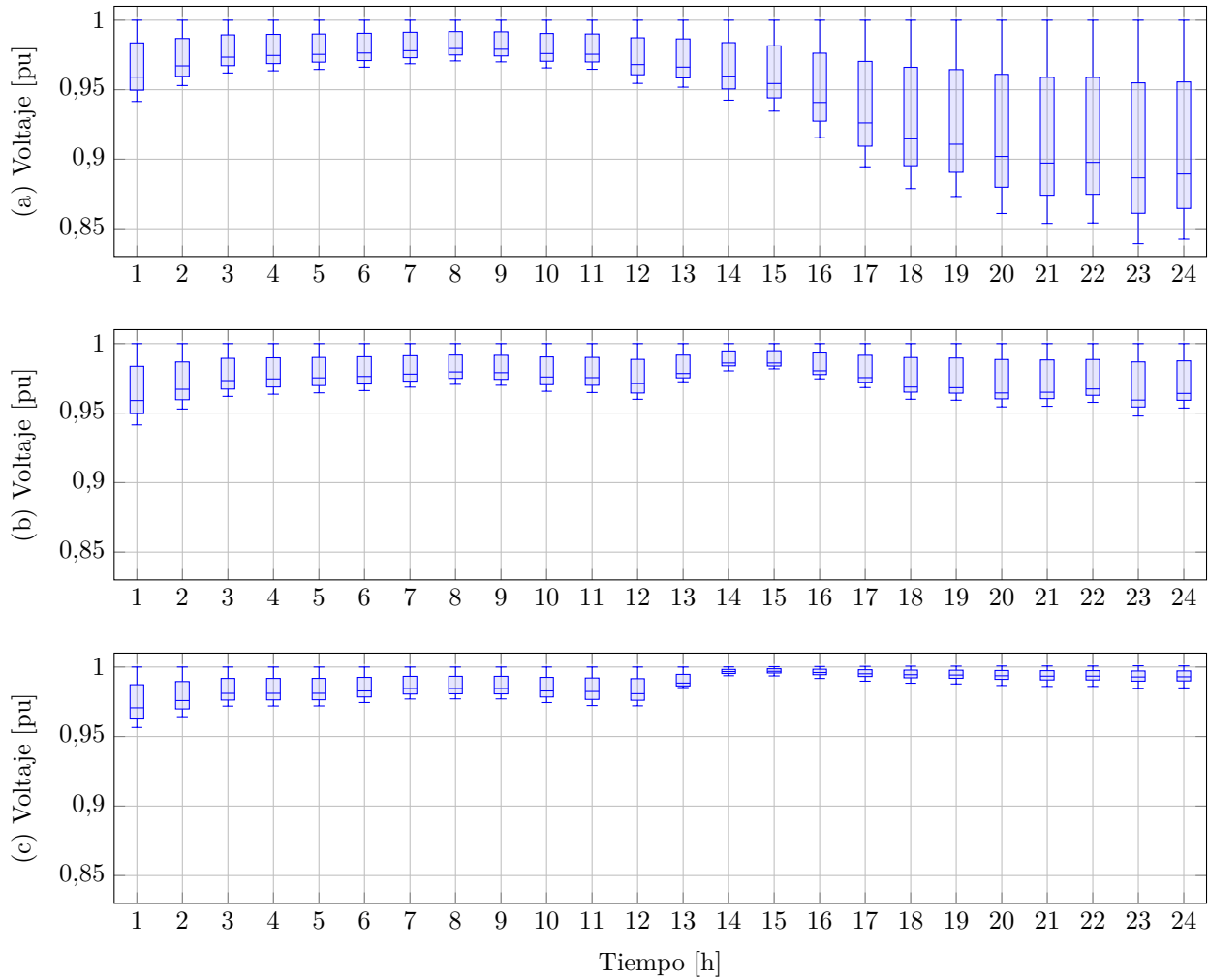


Figura 4.3: Tensiones para los escenarios propuestos en el sistema de 33 nodos: (a)  $E_1$ , (b)  $E_4$ , y (c)  $E_5$ .

En la figura 4.3(b) se presenta la distribución de las tensiones para el escenario  $E_4$ . Es importante destacar que si se realiza una comparación con otros escenarios se obtiene los siguientes resultados:

- si se realiza una comparación del comportamiento de las tensiones de la figura 4.3(a) correspondiente al escenario  $E_1$  y la figura 4.3(b) que corresponde al escenario  $E_4$  se evidencia que entre la hora 1 y la hora 12 no se presenta un cambio significativo en las tensiones; sin embargo, los valores en este rango de horas no presentan fluctuaciones significativas en el escenario  $E_1$ .
- si se realiza una comparación del comportamiento de las tensiones de la figura 4.3(a) correspondiente al escenario  $E_1$  y la figura 4.3(b) que corresponde al escenario  $E_4$  se

evidencia que entre las 17 a 24 horas hay valores muy bajos ya que se tienen mínimos por debajo de 0.9 p.u en el escenario  $\mathbf{E}_1$  y que si se corrigen con la incorporación de los generadores fotovoltaicos.

- El valor promedio de las tensiones mínimas para los escenarios  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_4$  es 0.84 p.u y 0.96 p.u respectivamente, lo cual corresponde a una mejora del 11.45 % en los valores de tensión.
- si se realiza una comparación entre los escenarios  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_5$  es evidente como se ha elevado el valor promedio de las tensiones mínimas pasando de 0.84 p.u a 0.98 p.u, lo cual corresponde a una mejora del 13.27 %.

#### 4.2.2. Resultados del sistema de 69 nodos

En la tabla 4.4 se muestran los resultados obtenidos para el sistema de prueba de 69 nodos en cada uno de los escenarios de prueba. Para cada escenario se presenta el nodo de localización, el tamaño del generador instalado, el valor de la función objetivo y los porcentajes de reducción de pérdidas de energía.

Tabla 4.4: Ubicación y tamaño de los generadores fotovoltaicos en el sistema de 69 nodos.

Escenario	Localización(nodo)	Tamaño(MVAr)	Función objetivo(USD)	Reducción(%)
$\mathbf{E}_1$	-	-	327.9880	-
$\mathbf{E}_2$	61	1.7398	188.5228	42.5214
$\mathbf{E}_3$	{18, 61}	{0.6013, 1.6547}	173.2697	47.1719
$\mathbf{E}_4$	{15, 61, 64}	{0.5597, 1.3895, 0.7129}	164.2658	49.9171
$\mathbf{E}_5$	{18, 61, 64}	{0.5829, 1.5697, 0.7134}	85.8598	73.8223

En el escenario  $\mathbf{E}_1$  se obtiene el costo de las pérdidas que corresponde a 327.9880 USD, ahora si se realiza una comparación de otros escenarios con el valor del escenario  $\mathbf{E}_1$  se obtienen los siguientes resultados:

- En el escenario  $\mathbf{E}_2$  se obtiene un valor de costo de pérdidas de 188.5228 USD que corresponde a una disminución del 43 % con respecto al valor del escenario  $\mathbf{E}_1$ . Con el escenario  $\mathbf{E}_3$  se obtiene un valor de 173.2697 USD que comprende una disminución del 47 % comparado con el escenario  $\mathbf{E}_1$  y de un 8 % de reducción si se compara con el escenario  $\mathbf{E}_2$ . para el escenario  $\mathbf{E}_4$  se obtiene una disminución en las pérdidas de 50 % con respecto al escenario  $\mathbf{E}_1$  y de un 5 % con respecto al escenario  $\mathbf{E}_3$ . Según los valores obtenidos se evidencia que, el mejor caso es cuando se instalan 3 generadores fotovoltaicos.

- En el escenario  $\mathbf{E}_5$  se obtiene un valor en las pérdidas de 85.8598 USD que corresponde al 74 % de reducción si se compara con el valor del escenario  $\mathbf{E}_1$  y del 47 % si se compara con el escenario  $\mathbf{E}_4$ . Lo cual nos permite deducir que, de forma general el mejor escenario es  $\mathbf{E}_5$ .

Para complementar el análisis de los resultados obtenidos en cada uno de los escenarios de prueba, se presenta en las figuras 4.4(a), 4.4(b) y 4.4(c) la distribución de las tensiones en las 24 horas del día. Inicialmente, se realiza la gráfica del escenario  $\mathbf{E}_1$  que corresponde a la figura 4.4(a) y contiene la distribución de las tensiones de los 69 nodos en las 24 horas del día, donde se evidencia que tiene una tendencia similar a la del sistema de 33 nodos.

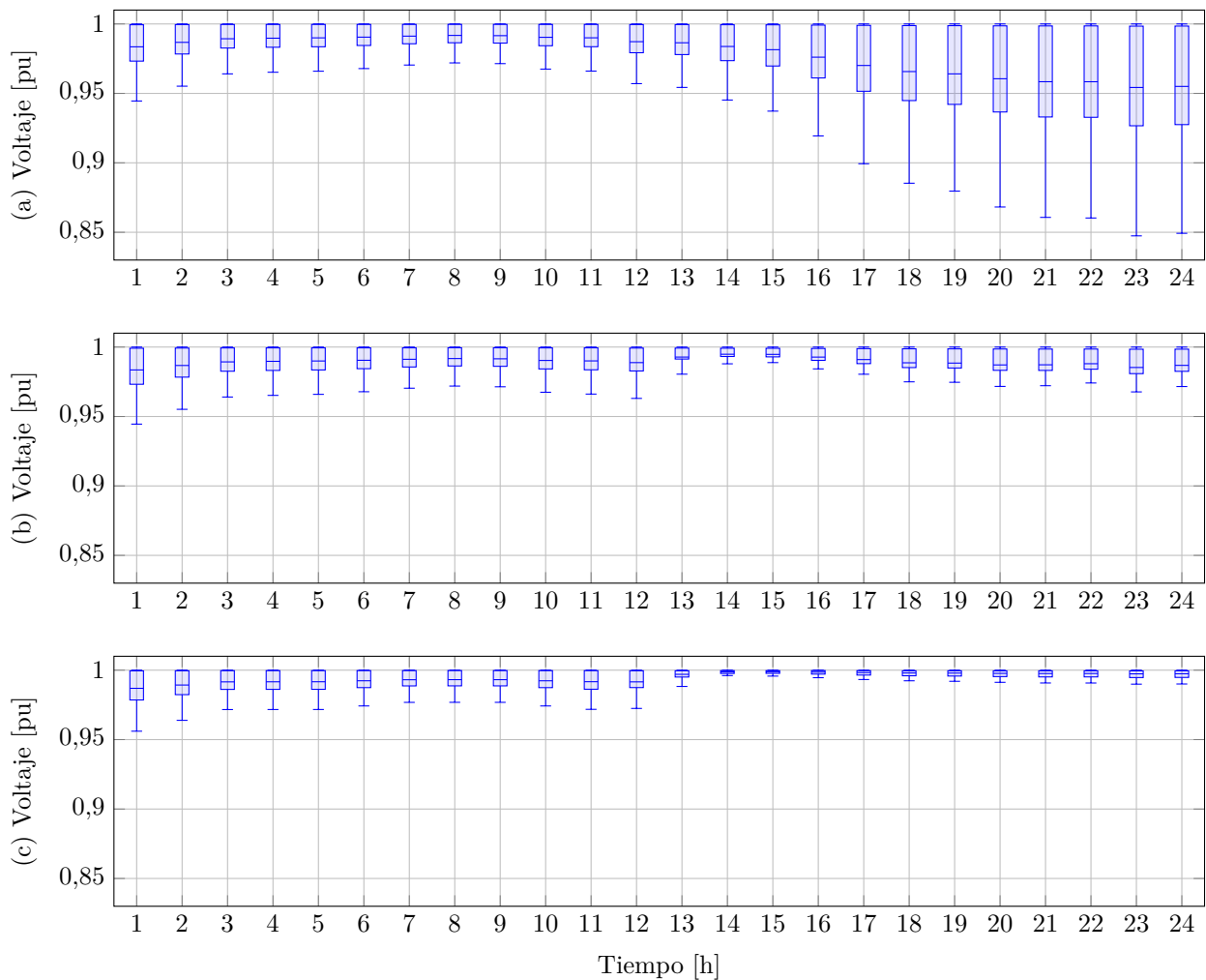


Figura 4.4: Tensiones para los escenarios propuestos en el sistema de 69 nodos: (a)  $\mathbf{E}_1$ , (b)  $\mathbf{E}_4$ , y (c)  $\mathbf{E}_5$ .

En la figura 4.4(b) se presenta la distribución de las tensiones para el escenario  $\mathbf{E}_4$ . Es

importante destacar que si se realiza una comparación con otros escenarios se obtiene los siguientes resultados:

- si se realiza una comparación del comportamiento de las tensiones de la figura 4.4(a) correspondiente al escenario  $\mathbf{E}_1$  y la figura 4.4(b) que corresponde al escenario  $\mathbf{E}_4$  se evidencia que entre la hora 1 y la hora 12 no se presenta un cambio significativo en las tensiones; sin embargo, los valores en este rango de horas no presentan fluctuaciones significativas en el escenario  $\mathbf{E}_1$ .
- si se realiza una comparación del comportamiento de las tensiones de la figura 4.4(a) correspondiente al escenario  $\mathbf{E}_1$  y la figura 4.4(b) que corresponde al escenario  $\mathbf{E}_4$  se evidencia que entre las 17 a 24 horas hay valores muy bajos ya que se tienen mínimos por debajo de 0.9 p.u en el escenario  $\mathbf{E}_1$  y que si se corrigen con la incorporación de los generadores fotovoltaicos.
- El valor promedio de las tensiones mínimas para los escenarios  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_4$  son de 0.93 p.u y de 0.96 p.u respectivamente, lo cual corresponde a una mejora del 3% en los valores de las tensiones.
- Si se realiza una comparación entre los escenarios  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_5$  es evidente como se ha elevado el valor promedio de las tensiones mínimas pasando de 0.93 p.u a 0.98 p.u, lo cual corresponde a una mejora del 5%.

---

## Conclusiones y trabajos futuros

*En este capítulo se presentan una serie de conclusiones basadas en los resultados obtenidos luego de dar solución al modelo MISOCP propuesto. Para estas conclusiones se tuvieron en cuenta cada uno de los escenarios en los que fue probado el modelo; además, se tienen en cuenta las ventajas encontradas en los resultados. Por otra parte, se hacen diferentes recomendaciones de trabajos futuros que permitan hacer una mejora significativa a los aportes presentados en este documento.*

### 5.1. Conclusiones

En respuesta al problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de generadores fotovoltaicos en sistemas de distribución radiales, se desarrolló una metodología de optimización convexa que permitió disminuir los costos relacionados con las pérdidas de potencia activa, dicha metodología consiste en transformar un modelo MINLP a uno cónico tipo MISOCP empleando variables auxiliares, la principal ventaja de este modelo es que se garantiza el óptimo global debido a la estructura convexa de la función objetivo y del espacio de soluciones. El modelo MISOCP fue resuelto empleando una variación de método de B&C en conjunto con el método de punto interior y evaluado empleando dos sistemas de prueba y considerando cinco escenarios posibles.

Al realizar el análisis del comportamiento de las pérdidas de potencia activa para cada escenario de simulación y número de generadores fotovoltaicos se pudo observar el impacto positivo que estos generan a la red, proporcionando una reducción considerable de las pérdidas técnicas a medida que el porcentaje de penetración y cantidad de generadores fotovoltaicos conectados aumentan. Es decir, a mayor porcentaje de penetración y número de generadores fotovoltaicos, menores serán las pérdidas, como se evidencia en las tablas 4.3 y 4.4 que para el mejor de los escenarios, fue el escenario  $E_5$ , el cual obtuvo una disminución del 71 % en el

costo de las pérdidas para el sistema de 33 nodos y del 74 % para el sistema de 69 nodos.

Con respecto a los resultados obtenidos de las gráficas de voltaje de las figuras 4.3(b), 4.3(c), 4.4(b) y 4.4(c) se evidenció de forma general una mejora en las tensiones, esto se puede corroborar con el valor promedio de las tensiones mínimas, donde se obtuvo un valor de 0.96 p.u en el escenario  $E_4$  y de 0.98 p.u en el escenario  $E_5$  que corresponde a un aumento de 2.04 %, lo cual nos indica que se está reduciendo la diferencia entre los valores máximos y mínimos de tensión y esto se conoce como mejoramiento de los perfiles de tensión. También, se puede concluir del incremento de 2.04 % que cuando existe inyección de potencia reactiva el mejoramiento es notorio,

## 5.2. Trabajos futuros

Para posibles áreas de investigación futuras, se recomienda tener en cuenta las siguientes aportaciones:

- Se recomienda realizar un estudio donde se considere la incorporación de generadores eólicos, fotovoltaicos, y/o vehículos eléctricos para identificar como pueden cambiar los resultados en cada uno de los escenarios y que dificultades pueden surgir. Además, evaluar estos casos en redes de distribución tanto radiales como enmallados.
- Se sugiere implementar un modelo para la ubicación y dimensionamiento óptimos de generadores fotovoltaicos con un enfoque económico, donde se consideren los costos de inversión, operación y/o mantenimiento. Además, se sugiere realizar una comparación con los resultados obtenidos en este trabajo de grado.
- Se propone incorporar un estudio sobre la estabilidad de los sistemas de distribución. Este estudio debería evaluar el impacto de los generadores fotovoltaicos en la calidad de la tensión, identificar posibles problemas de inestabilidad y proponer soluciones. Además, se recomienda ser evaluado bajo diferentes escenarios y sistemas de pruebas.
- Desarrollar una metodología que le permita evaluar el impacto de la variación en la demanda cuando se tienen generadores distribuidos, para ello se recomienda caracterizar la demanda para obtener mayor información de la misma y de como pueden cambiar la solución del problema.

---

## Referencias

- [1] R. Ufa, Y. Y. Malkova, V. Rudnik, M. Andreev, and V. Borisov, “A review on distributed generation impacts on electric power system,” *International journal of hydrogen energy*, vol. 47, no. 47, pp. 20 347–20 361, 2022.
- [2] D. Zhang, G. Shafiqullah, C. K. Das, and K. W. Wong, “A systematic review of optimal planning and deployment of distributed generation and energy storage systems in power networks,” *Journal of Energy Storage*, vol. 56, p. 105937, 2022.
- [3] H. A. S. Abushamah, M. Haghifam, and T. G. Bolandi, “A novel approach for distributed generation expansion planning considering its added value compared with centralized generation expansion,” *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 25, p. 100417, 2021.
- [4] Z. Abdmouleh, A. Gastli, L. Ben-Brahim, M. Haouari, and N. A. Al-Emadi, “Review of optimization techniques applied for the integration of distributed generation from renewable energy sources,” *Renewable Energy*, vol. 113, pp. 266–280, 2017.
- [5] A. Shuaibu Hassan, Y. Sun, and Z. Wang, “Optimization techniques applied for optimal planning and integration of renewable energy sources based on distributed generation: Recent trends,” *Cogent Engineering*, vol. 7, no. 1, p. 1766394, 2020.
- [6] M. Thirunavukkarasu, Y. Sawle, and H. Lala, “A comprehensive review on optimization of hybrid renewable energy systems using various optimization techniques,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 176, p. 113192, 2023.
- [7] A. Tah and D. Das, “Novel analytical method for the placement and sizing of distributed generation unit on distribution networks with and without considering p and pqv buses,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 78, pp. 401–413, 2016.
- [8] J. A. Sa’ed, M. Amer, A. Bodair, A. Baransi, S. Favuzza, and G. Zizzo, “A simplified analytical approach for optimal planning of distributed generation in electrical distribution networks,” *applied Sciences*, vol. 9, no. 24, p. 5446, 2019.

- [9] D. Mahmood, N. Javaid, G. Ahmed, S. Khan, and V. Monteiro, “A review on optimization strategies integrating renewable energy sources focusing uncertainty factor—paving path to eco-friendly smart cities,” *Sustainable Computing: Informatics and Systems*, vol. 30, p. 100559, 2021.
- [10] A. R. López, A. Krumm, L. Schattenhofer, T. Burandt, F. C. Montoya, N. Oberländer, and P.-Y. Oei, “Solar pv generation in colombia—a qualitative and quantitative approach to analyze the potential of solar energy market,” *Renewable Energy*, vol. 148, pp. 1266–1279, 2020.
- [11] B. I. de Desarrollo *et al.*, “Integración de las energías renovables no convencionales en colombia,” 2015.
- [12] E. Dogan, T. Luni, M. T. Majeed, and P. Tzeremes, “The nexus between global carbon and renewable energy sources: A step towards sustainability,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 416, p. 137927, 2023.
- [13] A. Azarpour, O. Mohammadzadeh, N. Rezaei, and S. Zendehboudi, “Current status and future prospects of renewable and sustainable energy in north america: Progress and challenges,” *Energy Conversion and Management*, vol. 269, p. 115945, 2022.
- [14] R. Mishra, B. K. R. Naik, R. D. Raut, and M. Kumar, “Internet of things (iot) adoption challenges in renewable energy: A case study from a developing economy,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 371, p. 133595, 2022.
- [15] CONPES, “Política de transición energética 4075,” 2022.
- [16] C. de Colombia, “Ley 1715,” 2014.
- [17] T.-Z. Ang, M. Salem, M. Kamarol, H. S. Das, M. A. Nazari, and N. Prabakaran, “A comprehensive study of renewable energy sources: Classifications, challenges and suggestions,” *Energy Strategy Reviews*, vol. 43, p. 100939, 2022.
- [18] M. A. Mejia, L. H. Macedo, G. Muñoz-Delgado, J. Contreras, and A. Padilha-Feltrin, “Multistage planning model for active distribution systems and electric vehicle charging stations considering voltage-dependent load behavior,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 13, no. 2, pp. 1383–1397, 2021.
- [19] M. Purlu and B. E. Turkay, “Optimal allocation of renewable distributed generations using heuristic methods to minimize annual energy losses and voltage deviation index,” *IEEE Access*, vol. 10, pp. 21 455–21 474, 2022.



- [20] S. Kaur, G. Kumbhar, and J. Sharma, “A MINLP technique for optimal placement of multiple DG units in distribution systems,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 63, pp. 609–617, 2014.
- [21] A. Ali, M. Keerio, and J. Laghari, “Optimal site and size of distributed generation allocation in radial distribution network using multi-objective optimization,” *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 9, no. 2, pp. 404–415, 2020.
- [22] O. Lukačević, A. Almalaq, K. Alqunun, A. Farah, M. Calasan, Z. M. Ali, and S. H. A. Aleem, “Optimal conopt solver-based coordination of bi-directional converters and energy storage systems for regulation of active and reactive power injection in modern power networks,” vol. 13, no. 6. Elsevier, 2022, p. 101803.
- [23] W. Gil-González, O. D. Montoya, L. F. Grisales-Noreña, A.-J. Perea-Moreno, and Q. Hernandez-Escobedo, “Optimal placement and sizing of wind generators in ac grids considering reactive power capability and wind speed curves,” *Sustainability*, vol. 12, no. 7, p. 2983, 2020.
- [24] N. Naval, R. Sánchez, and J. M. Yusta, “A virtual power plant optimal dispatch model with large and small-scale distributed renewable generation,” *Renewable Energy*, vol. 151, pp. 57–69, 2020.
- [25] S. Zeynali, N. Rostami, and M. Feyzi, “Multi-objective optimal short-term planning of renewable distributed generations and capacitor banks in power system considering different uncertainties including plug-in electric vehicles,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 119, p. 105885, 2020.
- [26] P. Schaube, A. Ise, and L. Clementi, “Distributed photovoltaic generation in argentina: An analysis based on the technical innovation system framework,” *Technology in Society*, vol. 68, p. 101839, 2022.
- [27] P. D. Huy, V. K. Ramachandaramurthy, J. Y. Yong, K. M. Tan, and J. B. Ekanayake, “Optimal placement, sizing and power factor of distributed generation: A comprehensive study spanning from the planning stage to the operation stage,” *Energy*, vol. 195, p. 117011, 2020.
- [28] K. Subbaramaiah, P. Sujatha *et al.*, “Optimal dg unit placement in distribution networks by multi-objective whale optimization algorithm & its techno-economic analysis,” *Electric Power Systems Research*, vol. 214, p. 108869, 2023.

- [29] L. Arya, A. Koshti, and S. Choube, “Distributed generation planning using differential evolution accounting voltage stability consideration,” *International journal of electrical power & energy systems*, vol. 42, no. 1, pp. 196–207, 2012.
- [30] P. D. P. Reddy, V. V. Reddy, and T. G. Manohar, “Application of flower pollination algorithm for optimal placement and sizing of distributed generation in distribution systems,” *Journal of Electrical Systems and Information Technology*, vol. 3, no. 1, pp. 14–22, 2016.
- [31] H. Bouchekara, “Optimal power flow using black-hole-based optimization approach,” *Applied Soft Computing*, vol. 24, pp. 879–888, 2014.
- [32] M. A. El-Sayed and M. A. Alsaffar, “Two stage methodology for optimal siting and sizing of distributed generation in medium voltage network,” pp. 118–123, 2016.
- [33] M. de Minas y Energía, “La transición energética de colombia,” no. 15-17, 2020.
- [34] M. Farivar and S. H. Low, “Branch flow model: Relaxations and convexification—part i,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2554–2564, 2013.
- [35] H. Y. Benson and Ü. Sağlam, “Mixed-integer second-order cone programming: A survey,” in *Theory driven by influential applications*. INFORMS, 2013, pp. 13–36.
- [36] O. D. Montoya, W. Gil-González, and L. Grisales-Noreña, “An exact minlp model for optimal location and sizing of dgs in distribution networks: A general algebraic modeling system approach,” *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 11, no. 2, pp. 409–418, 2020.
- [37] W. Gil-González, A. Garces, O. D. Montoya, and J. C. Hernández, “A mixed-integer convex model for the optimal placement and sizing of distributed generators in power distribution networks,” *Applied Sciences*, vol. 11, no. 2, p. 627, 2021.
- [38] M. Grant and S. Boyd, “Cvx: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.1,” 2014.
- [39] Mosek ApS, “MOSEK Optimization Software,” 2024.