

AYUDAS HIPERMEDIALES DINÁMICAS PARA LA SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS  
RECTÁNGULOS, A ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA CRISTO REY DE DOSQUEBRADAS

Víctor Hugo Quiroga García

Universidad Tecnológica de Pereira  
Facultad de Ciencias Básicas  
Maestría en Enseñanza de las Matemáticas  
Pereira, Risaralda

2019

AYUDAS HIPERMEDIALES DINÁMICAS PARA LA SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS  
RECTÁNGULOS, A ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA CRISTO REY DE DOSQUEBRADAS

Presentado por:

Víctor Hugo Quiroga García

Asesor:

Mg. Francisco Amador Montaña

Trabajo presentado para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

Universidad Tecnológica de Pereira  
Facultad de Ciencias Básicas  
Maestría en Enseñanza de las Matemáticas  
Pereira, Risaralda

2019

## Contenido

Introducción .....	11
1. Descripción del problema .....	10
1.1. Problema educativo.....	10
1.2. Formulación del problema .....	10
1.3. Objetivos de la investigación .....	11
1.3.1. Objetivo General. ....	11
1.3.2. Objetivos Específicos.....	12
1.4. Justificación .....	12
2. Marco teórico .....	14
2.1. Antecedentes de la investigación .....	14
2.1.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza .....	14
2.1.2. Investigaciones relacionadas con el uso de las TIC en la solución de triángulos rectángulos.....	15
2.2. Bases teóricas .....	15
2.2.1. Enfoque Pedagógico Socioconstructivista. ....	15
2.2.2. Características del socioconstructivismo .....	16
2.2.3. Las tareas del proceso educativo desde el Socioconstructivismo .....	18
2.2.4. Mediación.....	19

2.2.5. Andamiaje .....	19
2.2.6. Ayuda ajustada .....	20
2.3. Zonas de desarrollo .....	21
2.3.1. Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).....	22
2.3.2. Nivel Real de Desarrollo (NRD).....	22
2.3.3. Nivel Potencial de Desarrollo (NPD).....	22
2.3.4 Construcción de significados compartidos.....	24
2.3.5 Procesos de Internalización.....	25
2.3.6 Actividad conjunta .....	27
2.4. Teorías de aprendizaje.....	27
2.4.1. Aprendizaje Autónomo .....	27
2.4.2 Aprendizaje Colaborativo .....	32
2.4.3. Aprendizaje Basado en Problemas. (ABP) .....	37
2.4.4 Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK) .....	40
2.4.5 The Knowledge Quartet (KQ).....	41
2.4.6 Conocimiento didáctico del contenido.....	42
2.4.7 Ambientes de aprendizaje .....	46
2.4.8 Modelo Van Hiele.....	48
2.4.9 Fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele.....	51

2.5. Las TIC en la enseñanza de matemáticas.....	54
2.5.1 La AHD como Sistema Hipermedia Adaptativo (SHA) .....	55
2.6. Material educativo en la enseñanza de matemáticas.....	56
2.6.1. Características del material educativo digital.....	57
2.6.2. Usos de Material Educativo .....	59
2.6.3. Adaptación de material educativo.....	60
2.6.4. Estrategias comunicativas .....	62
2.7. Solución de triángulos rectángulos .....	63
3. Metodología de la investigación .....	64
3.1.    Diseño cualitativo descriptivo.....	64
3.2.    Contexto de la investigación.....	65
3.3.    Técnicas e instrumentos de investigación.....	65
3.3.1 Técnica de observación participante .....	65
3.3.2 Registros video-gráficos.....	66
3.4.    Diseño del modelo pedagógico para la solución de triángulos rectángulos en el aula de clase	67
3.5.    Procedimiento.....	69
3.5.1 Fases, objetivos y actividades del estudio.....	69
3.6.    Diseño y creación de la AHD .....	71

3.6.1	Diseño de la Secuencia Didáctica (SD).....	72
3.7	Diseño y organización del ambiente de aprendizaje .....	72
3.7.1	Contexto Físico .....	73
3.7.2	Rol del estudiante .....	73
3.7.3	Rol del docente.....	74
3.8	Categorías de análisis .....	75
3.8.1	Creación y adaptación de materiales educativos.....	75
3.8.2	Aplicación y uso de los recursos educativos de la AHD.....	77
3.8.3	Estrategias comunicativas (con herramientas de trabajo colaborativo, autónomo y basado en problemas).....	77
3.9	Evaluación de la AHD.....	77
3.10	Secuencia didáctica.....	78
4.	Análisis e interpretación de resultados .....	79
4.1	Creación de material educativo .....	79
5.	Conclusiones.....	80
5.1	Conclusión general.....	82
6.	Referencias bibliográficas.....	84

## Resumen

La presente investigación toma lugar en el marco de la didáctica de la matemática, realizada en el contexto de la educación básica, con alumnas que cursan décimo grado de secundaria, con la intención de determinar los aportes didácticos que ofrecen las Ayudas Hipermediales Dinámicas en la solución de triángulos rectángulos, en lo referente al uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

Una de las grandes problemáticas en grado décimo se relaciona con la complejidad de abordar la solución de triángulos en trigonometría donde se identifica, que la completitud en cuanto a una serie de conocimientos es requisito para la buena aplicación, comprensión y solución de los triángulos rectángulos.

Esta propuesta basada en las ayudas hipermediales dinámicas (AHD) enfocada en la solución de triángulos rectángulos, dará cabida a la creación de secuencias didácticas que ayuden a la labor docente como estrategia formativa y de apoyo en la adquisición de nuevos contenidos educativos en la asignatura de trigonometría en grado décimo.

**Palabras claves:** Ayudas hipermediales dinámicas, triángulos rectángulos, secuencias didácticas.

## **Abstract**

The present investigation is carried out within the framework of the Mathematics Didactics, carried out in the context of basic education, with students who are in the tenth grade of secondary school, with the intention of determining the didactic contributions offered by the Dynamic Hypermedia Aids in the solution of right triangles, in relation to the use and creation of educational material, adaptation of educational resources to the context and communicative strategies in the classroom.

One of the great problems in tenth degree is related to the complexity of approaching the solution of triangles in trigonometry where it is identified, that completeness in terms of a series of knowledge is a requisite for the good application, understanding and solution of right triangles.

This proposal based on dynamic hypermedia aid (AHD) focused on the solution of right triangles, will allow for the creation of teaching sequences that help teaching as a training strategy and support in the acquisition of new educational content in the subject of trigonometry in tenth grade.

**Key words:** Dynamic Hypermedia Aids, right triangles, teaching sequences.



## **Introducción**

El presente trabajo se realiza en el marco del macroproyecto de las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) para la enseñanza de la Matemática. Particularmente esta investigación busca determinar los aportes didácticos de las AHD, solución de triángulos rectángulos, a estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Cristo Rey de Dosquebradas.

La investigación es cualitativa de tipo interpretativo y está centrada en analizar la actuación del docente, y posterior reflexión sobre las posibilidades didácticas que ofrece la AHD en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase. Dará lugar a la creación de una AHD, como instrumento para el apoyo de cada clase de matemáticas, desde un enfoque socioconstructivista, con aprendizajes autónomo, basado en problemas y colaborativo.

## **1. Descripción del problema**

### **1.1. Problema educativo**

Una de las grandes problemáticas en grado décimo para las estudiantes de la institución educativa Cristo Rey se relaciona al derecho básico de aprendizaje número 1 para este curso el cual consiste en “*resolver triángulos en diversos contextos haciendo uso de las funciones trigonométricas.*”. (Ministerio de Educación Nacional, 2016), en el caso particular de este trabajo se aborda la solución de triángulos rectángulos, ya que si este concepto no se tiene claro no se puede profundizar en la trigonometría y sus aplicaciones.

Esta investigación surge de la problemática generada por los bajos conocimientos demostrados por las estudiantes en la parte introductoria del curso, que es un repaso de los grados anteriores y la base para abordar el curso de trigonometría de grado décimo

### **1.2. Formulación del problema**

En mis años de experiencia docente he notado que existe la problemática en grado décimo de la falta de información y desarrollo de contenidos previos para abordar la solución de triángulos rectángulos desde el punto de vista trigonométrico, los cuales son fundamentales para dar paso a los contenidos del currículo para matemáticas en grado décimo.

Las falencias en los saberes previos mostrados por los estudiantes me llevan a investigar alternativas que permitan dar solución al vacío teórico que traen los estudiantes.

Esta situación me lleva a buscar estrategias, metodologías, herramientas que faciliten comprender, asimilar dicho tema y salir de los métodos tradicionales empleados para la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos.

Como fundamentos teóricos se toma de diferentes fuentes entre ellos, Amador Montaña, J. F.; Sánchez, H; Rojas J. L.; Duque E.; Dania B. F.; entre otros, y algunos artículos y tesis que tiene como objeto de estudio la enseñanza de los triángulos rectángulos y el impacto que estos tienen en el correcto aprendizaje de la trigonometría. Con respecto a los diferentes contenidos teóricos y fuentes citadas anteriormente se construye el andamiaje teórico-conceptual que da acceso al análisis del problema de investigación el cual es:

¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de ayudas hipermediales dinámicas en la solución de triángulos rectángulos en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase?

### **1.3.Objetivos de la investigación**

#### **1.3.1. Objetivo General.**

Determinar los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas hipermediales dinámicas en la solución de triángulos rectángulos a estudiantes de grado décimo en lo referente al uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

### **1.3.2. Objetivos Específicos**

- Diseñar un modelo pedagógico para dar solución a triángulos rectángulos en el aula de clase.
- Crear una ayuda hipermedial dinámica para apoyar el proceso de solución de triángulos rectángulos.
- Crear una unidad didáctica con uso de la AHD y aplicar en clase para valorar sus aportes didácticos

### **1.4. Justificación**

En la matemática y en la geometría es importante el manejo de los conceptos trigonométricos, los cuales se apoyan en una serie de temas que deben ser vistos desde los primeros grados escolares y que son necesarios para la solución de triángulos rectángulos, se identifica entonces, que la completitud en cuanto a una serie de conocimientos es requisito para la buena aplicación, comprensión y solución de los triángulos rectángulos.

Todos estos conocimientos que se deben dictar y que no son propios del grado llevan consigo una variedad de estrategias para las cuales a veces no se tiene nada previamente preparado, lo cual lleva a que se den asesorías de manera informal por fuera de la clase, o que durante las clases se separe una parte del tablero para explicar temas que debieron adquirirse en grados anteriores, algunas veces se presentan diapositivas con estos temas o se dejan como tarea para que los recuerden o los estudien.

La necesidad de utilizar nuevas estrategias y herramientas educativas para superar esta dificultad es fundamental y en este caso el uso de las tecnologías de la información y la

comunicación (TIC) crean ambientes propicios para una adecuada interpretación de los nuevos contenidos.

En esta línea la investigación en tecnologías de la información y la comunicación (TIC) aplicadas a la educación, buscan transformar de fondo los procesos educativos acorde a los nuevos entornos de aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta la importancia de los cambios de la dinámica social, en los modelos alternativos de enseñanza aprendizaje mediados por las TIC. (Universidad Tecnológica de Pereira, 2014).

Coherente a lo anterior, esta investigación pretende diseñar una propuesta didáctica innovadora que incorpore las AHD, mediadas por TIC, en la solución de triángulos rectángulos, en estudiantes de grado décimo de educación secundaria. Esta propuesta busca crear situaciones y objetos de aprendizaje con ayuda de las TIC como sistema estratégico de comunicación en trabajo colaborativo estableciendo una relación entre lineamientos, competencias, estándares y logros desde una situación problema que aparece de forma recurrente.

## **2. Marco teórico**

### **2.1. Antecedentes de la investigación**

En este capítulo se expone la fundamentación teórica en la que se basa la investigación. En primera medida, los aspectos y características del enfoque pedagógico y el sustento metodológico de las teorías de los aprendizajes autónomo, colaborativo y basado en problemas (ABP). Seguido a esto, se hará una revisión bibliográfica de las categorías conceptuales que abarcan nuestra propuesta: La incidencia didáctica que ofrece las ayudas hipermediales dinámicas (AHD) en la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos.

**2.1.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza.** El libro “La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina”, asesorado por un grupo de docentes de la Universidad Tecnológica de Pereira. (Amador Montaña, Rojas García, y Sánchez Bedoya, 2015).

El proyecto desarrolla una propuesta de formación pedagógica y didáctica de profesores para profesores; es una recopilación de experiencias de las prácticas pedagógicas de diferentes disciplinas que participaron, entre ellas las áreas de Física, Química, Biología, Filosofía, Ciencias sociales, Deontología, utilizando el concepto de AHD, dimensionado desde el socioconstructivismo y la teoría del aprendizaje por Indagación Progresiva (IP), mediado por el uso de las TIC, estructurado en lo que se ha denominado Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD).

El Libro: “Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en los proyectos de aula con TIC, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente”. (Amador et al., 2013); contiene los principales temas de los seis niveles de un proceso de formación, fundamentado en el socioconstructivismo medido por las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) como una propuesta pedagógica en TIC, que posibilita un cambio en las prácticas educativas de los maestros, acorde con las exigencias del momento. Hace parte del proceso de formación Computadores para Educar - Universidad Tecnológica de Pereira, convirtiéndose, por tanto, en un material útil como base de nuestra investigación.

**2.1.2. Investigaciones relacionadas con el uso de las TIC en la solución de triángulos rectángulos.** Actualmente es poca la información que se encuentra acerca de la solución de triángulos rectángulos utilizando las TIC como herramienta tecnopedagógica, hay avances que ayudan a mejorar el aprendizaje en las matemáticas utilizando las nuevas tecnologías de la información, pero no específicamente en la solución de triángulos rectángulos.

Existen algunos programas que ayudan a los procedimientos, pero no a la conceptualización como Wólfram alfa, Geogebra, Cabri geometry.

## **2.2. Bases teóricas**

**2.2.1. Enfoque Pedagógico Socioconstructivista.** El socioconstructivismo es una teoría psico-pedagógica que trata de abordar la incidencia del actuar sobre nuestra realidad y las transformaciones que se acontecen en esta interacción; en los procesos educativos el socioconstructivismo muestra el desarrollo humano como una construcción gradual de

aprendizajes en el que las personas tienen un rol activo operante, marcados en una relación de intercambio socio-histórico-cultural.

Vygotsky (1978) sostiene que

Una persona puede, sentir, imaginar, recordar o construir un nuevo conocimiento si tiene un precedente cognitivo donde se ancle. Por ello el conocimiento previo es determinante para adquirir cualquier aprendizaje, dado que es el producto de la influencia que ejerce en él, las personas, la cultura y el ambiente que lo rodea. Estos procesos de interacción social Vygotsky los denomina procesos interpsicológicos. (P. 36).

Por tales motivos usaremos los colores como una forma de asociación con los niveles de aprendizaje que tiene el estudiante y con los procesos que va desarrollando, siendo así, el color rojo el de máxima alerta o el de mayor necesidad de trabajo, teniendo que abordar más actividades y con mayor cuidado, luego sigue el color amarillo que muestra un nivel medio o de transición entre el conocimiento básico y el conocimiento requerido para el manejo adecuado de conceptos en la solución de triángulos rectángulos

Otra forma de asociación al entorno se lleva a cabo por la guía secuencial a través de flechas que hace la AHD para mover al estudiante de manera coherente por las actividades que propone la ayuda.

**2.2.2. Características del socioconstructivismo.** El docente debe tener en cuenta que la estudiante parte de una realidad, la cual, debe ser transformada, y debe transformar a la estudiante misma, por medio de la interacción con la ayuda hipermedial dinámica y el docente.

- Es un proceso dinámico de construcción de conocimientos.



- El conocimiento se establece a partir de la Dimensión constructivista – Dimensión social – Dimensión interactiva.
- El ser humano, actúa sobre una zona de desarrollo real (NRD), la que consiste en lo que es capaz de hacer un estudiante sin ayuda, esto lo hace con el fin de transformar, y transformarse el mismo a través de instrumentos psicológicos.
- Zona de desarrollo próximo (ZDP): plantea, que se aprende en el ámbito social, por interacción y en forma deliberada, permitiendo que el sujeto se comprometa con actividades a realizar. (Valdez A. y Francisco J, 2012).
- El lenguaje como herramienta de interacción social, Vygotsky enmarca el lenguaje como la capacidad de pensamiento, la forma que tiene de hablar el estudiante con el mismo, “habla en silencio” “El lenguaje es fundamental en todos los procesos de conocimientos al que el ser humano se enfrente” (Vigostky, 1978, p. 37).
- Internalización: transformación de los saberes a saberes individuales (Plano interpsicológico al plano intrapsicológico). El conocimiento se adquiere, primero a nivel interpsicológico y posteriormente a nivel intrapsicológico, de esta manera el factor social juega un papel determinante en la construcción del conocimiento.

La AHD constantemente relaciona el temario con la cotidianidad y el entorno, lo que permite al docente además de propiciar la asociación a lo conocido, trabajar desde el conocimiento que tienen los estudiantes de las situaciones que se le plantean. Así mismo, al comienzo de la AHD se implementa una prueba diagnóstica que ubica al aprendiz en el nivel de conocimiento que se encuentra dentro de la aplicación.

**2.2.3. Las tareas del proceso educativo desde el Socioconstructivismo.** El docente busca por medio de la AHD ubicar a las estudiantes en su realidad, respecto a su contexto y conocimientos, y las guía para construir los conocimientos en la solución de triángulos rectángulos a través del trabajo colaborativo y de los diferentes enfoques que brinda a través de diferentes actividades que se encuentran dentro de la ayuda propiciando así la motivación en las estudiantes y llevándolas a establecer sus propios retos intelectuales

Cole (1993) propuso que, bajo un enfoque educativo como el presente, se debe buscar mostrar a los alumnos como construir conocimiento, pero promoviendo a la vez la colaboración en el trabajo académico a fin de que considere los múltiples abordajes que se puedan tener frente a un determinado problema, para fomentar así la toma de posiciones y de compromisos intelectuales (p. 58).

De esta forma Cole (1993) partiendo de sus investigaciones manifiesta que las tareas del proceso educativo desde el socioconstructivismo son:

- Mostrar al estudiante como construir el conocimiento. (ayuda ajustada)
- Promover la colaboración en el trabajo académico.
- Expresar los múltiples enfoques que se pueden tener frente a un determinado problema
- Estimular la toma de posiciones y compromisos intelectuales. (p. 60).

El docente diseña del modelo pedagógico y construye la AHD para que el estudiante sea guiado constantemente a través de las actividades que realiza, estando estas dentro de contextos familiares al alumno que establezcan retos y, de esta manera se pueda adquirir conocimiento a partir de dichas actividades, además que se entabla un nuevo canal de comunicación, mas conversacional y colaborativo entre estudiantes y estudiantes-docente.

**2.2.4. Mediación.** Los mediadores son los diversos recursos, con los cuales el tutor o facilitador construye un andamio (andamiaje), en el que se apoya, en este caso pueden ser digitales o de otra naturaleza los cuales son un escalón diseñado para conducir a los alumnos hacia la independencia (Acosta Luévano, 2015).

El concepto de mediador y de aprendizaje mediado tiene su origen en la Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky (1934), la cual operacionaliza a través de la llamada Zona de Desarrollo Próxima (ZDP) una forma de lograr aprendizajes duraderos y el desarrollo óptimo de un estudiante con la ayuda de los adultos o de otros estudiantes más avanzados.

En esta propuesta las actividades diseñadas por el docente, están mediadas por las AHD, la cual es una herramienta tecnológica virtual que está estructurada de tal forma que contiene todos los recursos didácticos a utilizar en los procesos de enseñanza aprendizaje de la solución de triángulos rectángulos.

**2.2.5. Andamiaje.** Según Amador; Rojas y Sánchez (2015) los conceptos de “andamiaje”, se refieren a la función del maestro relacionada con el brindar soporte adecuado a los estudiantes durante el proceso didáctico, es decir, su principal papel se da en la interacción del profesor y el alumno y cuando en la misma, el maestro debe direccionar y planear dicho soporte para garantizar resultados satisfactorios y el cumplimiento de las metas de aprendizaje de los estudiantes. En este aspecto, el maestro debe considerar con detenimiento las necesidades particulares de sus estudiantes, observando sus diferencias conceptuales, ritmos de aprendizaje su inclusión y capacidades excepcionales. Del mismo modo conforme el estudiante se vuelve más diestro, el profesor va retirando el andamiaje para que se desenvuelva independientemente.

El docente plantea dentro de la AHD situaciones para que se propicie la autodeterminación del estudiante a llevar actividades paralelas en las cuales busca soluciones a sus dudas, también hay actividades donde se propone la comunicación con otros estudiantes o con el docente. También el docente sugiere constantemente campos de acción o de pensamiento para abordar las cuestiones que surgen.

**2.2.6. Ayuda ajustada.** Según Onrubia et al., (1999) sostiene que cuando se habla de ayudas se hace referencia a un amplio abanico que tiene el docente para su actuación de tal manera que ajuste los medios o mediaciones a la persona, como se hace en este caso con la AHD, que ha sido desarrollada para que las estudiantes tengan un acercamiento a su realidad desde situaciones propias de su entorno y de sus saberes previos, mostradas a través de las actividades planteadas en el aplicativo, buscando así, incentivar el dialogo a través de los recursos o materiales que se presentan en él, para que en la misma herramienta permita a la estudiante hallar mayor comprensión en la solución de triángulos rectángulos.

Son variadas las formas de ayuda ajustada, desde la intervención directa con un alumno o un grupo de alumnos hasta la organización global de la situación: Determinar la duración de una sesión-clase, elegir el espacio en el que tendrá lugar, seleccionar la disposición del mobiliario en un aula ordinaria, decidir el tipo de materiales de consulta con que trabajarán los alumnos, establecer que las actividades habituales serán en pequeños grupos o con todo el grupo clase, presentar a los alumnos un contenido en un momento u otro del curso escolar o del ciclo, estructurar de una u otra forma los momentos de exposición o explicación, posibilitar o no determinadas formas de participación de los alumnos en el aula, permitir que incorporen

cuestiones o elementos de su interés, ofrecerles determinados modelos de actuación, formularles indicaciones y sugerencias para abordar nuevas tareas, corregir errores, dar pistas, ofrecer posibilidades de refuerzo o ampliación, elogiar su actuación, valorar los esfuerzos o el proceso que han realizado pueden ser todos ellos ejemplos de ayuda educativa y forman parte, todos ellos, de la tarea de enseñar.

Siguiendo el mismo autor afirma, que ofrecer una ayuda ajustada al aprendizaje escolar supone crear ZDP (Zona de Desarrollo Próximo) y ofrecer asistencia y apoyos en ellas, para que, a través de esa participación y gracias a esos apoyos, los alumnos puedan ir modificando en la propia actividad conjunta sus esquemas de conocimiento y sus significados y sentidos, y puedan ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia et al., 1999).

El docente además del diseño del modelo pedagógico, tiene planes de contingencia para la implementación de la AHD los cuales son: redundancia en canales o rutas en la secuencia del tema, presentación en diferentes formatos y actividades (videos, imágenes, documentos, test), computadores de repuesto, cargadores y puestos de trabajo, la misma asistencia del maestro en caso de dificultades en el desarrollo de la actividad, sea desde el punto de vista conceptual u operativo.

### **2.3. Zonas de desarrollo**

El docente aplica el concepto de zona de desarrollo próximo por medio de la AHD donde tiene en cuenta las fortalezas y saberes de la estudiante para ubicarla dentro del aplicativo y así por medio de las diferentes actividades que se plantean y de la interacción con sus compañeros y el

profesor conducirla a un estado donde pueda resolver triángulos rectángulos por si sola con solvencia.

**2.3.1. Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).** Vygotsky (1980) definió la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como la distancia entre “el nivel de desarrollo real del niño tal y como puede ser determinado a partir de la resolución independiente de problemas” y el nivel más elevado de “desarrollo potencial y tal como es determinado por la resolución de problemas bajo la guía del adulto o en colaboración con iguales más capaces” (Citado por Vallejo, García y Pérez, 1999, p.161).

**2.3.2. Nivel Real de Desarrollo (NRD). El NRD.** Es el conjunto de actividades que el sujeto puede hacer por sí mismo, de un modo autónomo, sin la ayuda de los demás. Aclara que en el aprendizaje escolar el niño trae conocimientos y saberes previos; en consecuencia, tanto aprendizaje como conocimiento están presentes desde el nacimiento. (Vigostky, 1978).

**2.3.3. Nivel Potencial de Desarrollo (NPD).** Es el nivel de actividades que podría alcanzar el sujeto con la colaboración y guía de otras personas, es decir, en interacción con los otros. En ella se determina el desarrollo de las funciones psicológicas individuales en la actividad colectiva y la interacción social del niño. (Vigostky, 1978).

Dicho en términos más generales, *la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)* es el espacio en que, gracias a la interacción y la ayuda de otros, una persona puede trabajar y resolver un problema o realizar una tarea de una manera y con un nivel que no sería capaz de tener individualmente.

De acuerdo con la caracterización de Vygotsky y sus continuadores, es en la NPD donde el aprendiz puede ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia et al., 1999). El mismo autor (Onrubia et al., 1999) describe

... es en esta zona donde el profesor puede actuar para ofrecer una ayuda ajustada, y construir andamiajes mediados por las TIC, para guiar a los alumnos a que comprendan los contenidos y apoyarlos en el desarrollo de sus competencias, sin perder la visión pedagógica socioconstructivista en el logro de los aprendizajes integrales (p. 5).

Para concretar hay tres cuestiones que deben estar ya claras que pueden ocurrir según Onrubia et al. (1999):

La primera cuestión es que una misma forma de intervención o actuación del profesor puede, en un momento dado y con unos alumnos dados, servir como ayuda ajustada y favorecer el proceso de creación y asistencia en la ZDP, y en otro momento o con otros alumnos, no servir en absoluto como tal y no favorecer ese proceso, en función de los significados y sentidos que aporten los alumnos a la situación en cada caso concreto.

La segunda cuestión es que la enseñanza no puede, desde esta perspectiva, limitarse a proporcionar siempre el mismo tipo de ayudas ni a intervenir de manera homogénea e idéntica en cada uno de los casos.

La tercera cuestión es que, desde estas nociones, la dimensión temporal de las situaciones de enseñanza y aprendizaje adquiere una relevancia fundamental en el momento de decidir qué ayuda concreta puede ser más ajustada en cada caso o de analizar si una intervención específica realizada ha sido ajustada o no (Citado por Coll, E. et al, 1993, p. 106-107)

El docente advierte la importancia de tener en cuenta los saberes previos (NRD) que traen las estudiantes al momento de desarrollar la AHD y la secuencia didáctica, por tal razón, se implementa una primera prueba diagnóstica basada en el teorema de Pitágoras, despeje de variables, manejo de figuras geométricas y finalmente en la solución de problemas sencillos. Para que se ubiquen dentro de la aplicación según el nivel en que se encuentren. Así las cosas, el profesor utiliza la secuencia de la ayuda para plantear actividades que requieran de la colaboración de otras estudiantes o de la suya para crear un puente (Zona de Desarrollo Próximo) hacia la meta que se persigue en cuanto a la enseñanza y aprendizaje en la solución de triángulos rectángulos, alcanzando de esta manera la Nivel Potencial de Desarrollo.

**2.3.4 Construcción de significados compartidos.** Se plantea la AHD como una herramienta que permite al docente comunicarse y propiciar la interacción entre las estudiantes, de tal forma que, el aprendizaje sea progresivo y les permita comunicarse de manera asertiva en relación a la solución de triángulos rectángulos para así construir resultados colectivos producto del intercambio de significados.

Martin y Trigueros (2016) proponen que:



La construcción compartida de significados a través del lenguaje, es un mecanismo interpsicológico del aprendizaje colaborativo, junto con la interdependencia positiva y las relaciones psicosociales. Implica: la producción conjunta de objetivos, planes y significados; interpretar y contribuir con explicaciones y argumentaciones; mediar y coordinar mutuamente las contribuciones, puntos de vista, críticas y roles en la interacción o exponer reflexiones individuales y colectivas (p. 3).

Según Mercer (2001) “cada vez que dialogamos con una o más personas participamos en un proceso de colaboración en el que se negocian significados y se movilizan conocimientos comunes” (citado por Martín y Trigueros, 2016, p. 4).

El maestro propicia la construcción de significados compartidos desde el planteamiento de actividades grupales que se presentan en el desarrollo de la AHD, en las cuales, se desarrollan relaciones psicosociales y aprendizaje colaborativo para llegar a significados y metas de cognoscitivas de forma conjunta que luego se verifican en la interacción con el docente.

**2.3.5 Procesos de Internalización.** Según la teoría de Vygotsky (1978) toda función psicológica superior es externa porque fue social antes que llegar a ser una función psicológica individual, en el desarrollo cultural del niño toda función aparece dos veces: primero entre personas (de manera interpsicológica) y después, en el interior del propio niño (de manera intrapsicológica).

Los procesos intrapsicológicos: son los procesos psicológicos que se dan al interior del niño. De manera individual. Los procesos interpsicológicos: Son aquellos que ocurren en la interacción, el intercambio de realidades y mundos en el contexto social. En este sentido los procesos de internalización llevan a la autorregulación teniendo como punto de partida lo social y como punto de llegada lo individual. El proceso cognitivo y comunicativo se da a través del lenguaje, cuando el individuo interioriza esta serie de signos los convierte en instrumentos propios del pensamiento, es decir en medios de autorregulación.

El docente diseña el modelo pedagógico y la AHD para que la estudiante parta desde su intercambio de realidades y mundos en el contexto social, de ahí la importancia de los colores con los cuales se ha realizado la ayuda. Son una función psicológica superior ya que primero tuvieron un manejo social en convenciones utilizadas en contextos de la vida cotidiana, tales como, los semáforos que indican parada o punto inicial, alistamiento o punto de arranque y finalmente un verde que libera y permite explorar la carretera, también, las señales de advertencia o peligro se escriben en rojo, mientras que el verde se asemeja a la naturaleza, es de tranquilidad de procesos ya alcanzados, siendo así el amarillo de transición igualmente muy usado en las señales de tránsito y en sitios públicos. Las estudiantes entonces ya la han trascendido a una función psicológica individual por medio de la interacción con el entorno y sus vivencias. Teniendo así, el rojo como alerta de un conocimiento muy bajo en la solución de triángulos rectángulos, el amarillo como medio y el verde como avanzado, así mismo la guía de forma secuencial por medio de flechas y la ubicación dentro de la AHD. Todo lo anterior con el propósito de que la estudiante interiorice los conocimientos para solucionar triángulos rectángulos.

**2.3.6. Actividad conjunta.** Se entiende como actividad conjunta, la interactividad de naturaleza esencialmente constructiva en torno a los saberes y tareas de aprendizaje, que potencien la comprensión y elaboración significativa de conocimientos que se construyen con las aportaciones de los participantes, promoviendo las capacidades de aprendizaje autónomo y autorregulado. (Amador, Rojas, y Sánchez, 2015)

El profesor propone una prueba diagnóstica para que la estudiante a partir de su resultado se ubique dentro de la AHD donde encontrara actividades individuales y/o grupales para que ponga en práctica así, su aprendizaje autónomo y autorregulado . En la zona de desarrollo próximo, la estudiante cuenta con los mediadores que se hallan en el aplicativo, la interacción con compañeros guiada por medio de las actividades y la asistencia del docente. Todo lo anterior busca del desarrollo potencial que para el caso de la ayuda es el aprendizaje de la solución de triángulos rectángulos

## **2.4. Teorías de aprendizaje**

**2.4.1. Aprendizaje Autónomo.** El aprendizaje autónomo es un proceso que permite a la persona desarrollarse independientemente, ser autor de su propio desarrollo, eligiendo los caminos, las estrategias, las herramientas y los momentos que considere pertinentes para aprender y poner en práctica de manera autónoma lo que ha aprendido. (Gonçalves S, 2011)

Para la autora es adecuado establecer procedimientos no solo para que el estudiante aprenda de forma autónoma, dentro de unos límites planificados, sino también para que reflexione sobre el proceso en el que está inmerso, de manera que, en el futuro, cuando su trabajo sea completamente autónomo, tenga criterios para planificarlo y gestionarlo.

Para lograrlo, el profesor diseña una actividad concreta, el alumno debe trabajar de forma guiada: para conseguir un determinado objetivo de aprendizaje. El alumno tendrá un margen de movimiento en su respuesta, pero siempre dentro de unos límites preestablecidos. Sin embargo, a la vez, debemos garantizar que adquiera unas habilidades que le permitan ir desarrollando esas actividades con un grado de autonomía creciente. La forma de conseguirlo consiste en exigir al alumno que desarrolle un proceso de reflexión para que sea consciente de su propia forma de aprender. (Amador, Rojas y Sánchez, 2015)

Por consiguiente, se puede determinar que la ayuda tiene un doble sentido por un lado alude al hecho de entregar paulatinamente la responsabilidad del aprendizaje al estudiante y por otro, a que dicha ayuda proporciona las herramientas pedagógicas adecuadas y oportunas en la construcción significativa del conocimiento; estos aspectos son denominados mecanismos de influencia educativa y responden a las precisiones señaladas por Collan, Onrubia y Mauri. Los apoyos y ayudas del profesor al aprendizaje del estudiante, van evolucionando y se modifican para elaborar y reelaborar versiones sucesivas, cada vez más ricas, complejas y válidas de las representaciones compartidas sobre los contenidos y tareas objeto de la actividad conjunta.

El apoyo y seguimiento del profesor al aprendizaje de la estudiante va evolucionando y se modifica para promover y asegurar una actuación cada vez más autónoma y autorregulada del estudiante en la realización de las tareas, la utilización funcional de los contenidos y la gestión de su propio aprendizaje. El traspaso paulatino de la responsabilidad y el control sobre el aprendizaje a los estudiantes, relacionado con los conceptos de “andamiaje”, que apunta a las zonas de desarrollo próximo que el profesor utiliza para ir ajustando las ayudas pedagógicas según las características de cada situación, facilitan la internalización de los contenidos a

aprender, en un proceso inicialmente de mayor dependencia, mayor ayuda y a medida que el estudiante va asumiendo mayor responsabilidad en el proceso de aprendizaje el docente va quitando las ayudas, pues se considera que el estudiante es lo suficientemente autónomo para asumir su rol dentro de este proceso (Coll, Onrubia y Mauri, 2008, p.39). En consecuencia, de lo anterior y el reconocer la educación como un proceso sociocultural, implica entonces según Coll, Onrubia y Mauri (2008) aceptar que

La enseñanza debe entenderse, como una ayuda al proceso de aprendizaje. Ayuda necesaria porque sin ella es altamente improbable que los alumnos lleguen a aprender, y a aprender de manera significativa. Pero solo ayuda, porque la enseñanza no puede sustituir la actividad mental constructiva del alumno ni ocupar su lugar (p.35).

A continuación, se presentan brevemente las principales características del aprendizaje autónomo utilizadas en este trabajo

- **Autorregulación:**

La autorregulación del aprendizaje fundamentada en el socioconstructivismo es considerada como un proceso en el cual el estudiante se involucra en las actividades de una manera consciente y reflexiva. Este nivel de consciencia está en el campo de que el mismo estudiante identifica sus posibilidades y sus limitaciones frente a la realización de la tarea. (Huertas R., 2009.).

Según Zimmerman (2000), la autorregulación se entiende como:

La capacidad de generar pensamientos, sentimientos y actuaciones por parte del estudiante, orientados a conseguir objetivos. La autorregulación más que una capacidad mental o una habilidad académica, es un proceso de autodirección mediante el cual los estudiantes transforman sus capacidades en habilidades académicas.

- **La Enseñanza Estratégica para la autonomía.**

El docente presenta la AHD como una herramienta que planeada estratégicamente para realizar las actividades que en ella se implementan con el fin de transmitir dichas estrategias para que las estudiantes puedan explorar los ejercicios a través de las recomendaciones que ellos traen en pasos detallados, orientados a la consecución de buenos resultados, de tal manera que, después puedan realizar ejercicios de aprendizaje por si solas.

Según Monereo (2001):

La enseñanza para la autonomía o método didáctico de enseñanza estratégica consiste en ceder o transferir progresivamente el control de la estrategia, que en un primer momento ejerce de manera absoluta el profesor, al estudiante, a fin de que se apropie de ella y pueda empezar a utilizarla de manera autónoma (Citado por Huertas R., 2009).

- **Uso estratégico de Procedimientos**

El uso estratégico de procedimientos, es responsabilidad fundamental de una enseñanza estratégica; en ella se transita desde un control externo y centrado en el profesor, cuando en un primer momento se presenta la estrategia, una segunda etapa en la que el alumno puede practicar

la estrategia aprendida con la guía y orientación del docente, para finalmente pasar a una autorregulación interna, centrada en el alumno, cuando este, demuestre poco a poco un dominio cada vez más autónomo de la estrategia aprendida (Huertas R. M., 2009).

- **Elementos del aprendizaje estratégico.**

A partir de las ideas de Díaz, Hernández (2002) y Valenzuela (2000) quienes sostienen que “el aprendizaje estratégico se refiere a aquellos procesos internos” constituidos por los procesos cognitivos, procesos metacognitivos y los afectivo-emocionales los cuales definimos:

- **Procesos cognitivos:**

Huertas (2009) los define como:

Son procesos internos que permiten la activación sináptica a través de la cual se procesa la información y el conocimiento. El desarrollo de estrategias cognitivas para favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje.

- **Procesos metacognitivos:**

Huertas (2009) afirma que:

Vienen a ser los procesos mediante los cuales el sujeto es capaz de analizar y comprender cómo ocurren sus propios procesos y productos cognitivos. La adquisición de estrategias metacognitivas permite desarrollar la toma de conciencia y control de los procesos y productos cognitivos.

- **Procesos afectivos emocionales.**

Según Huertas (2009):

Están referidos a todos aquellos procesos motivacionales, el querer aprender; los sentimientos afectivos, placer por aprender; orientados a favorecer una predisposición emocional para optimizar la calidad del aprendizaje. El control de respuestas afectivo emocionales favorables hacia el aprendizaje, permite aumentar la conciencia del estudiante sobre su estado afectivo motivacional.

El maestro crea la AHD para que las estudiantes puedan emprender un proceso que les permita desarrollarse independientemente, eligiendo las rutas que encuentran en el aplicativo o las suyas propias, tomando estrategias dentro de las actividades, herramientas y momentos que consideren adecuados para aprender de forma autónoma. Para esto, el docente ofrece las condiciones para que las estudiantes adquieran cada vez más un proceso de autorregulación que dirija sus esfuerzos para la adquisición de habilidades académicas, todo mediante el uso estratégico de procedimientos que brinda el profesor de manera inicial pero que desemboca en la enseñanza estratégica para la autonomía del estudiante, transfiriendo progresivamente el control por medio de las actividades y secuencias propuestas en la AHD, entendiendo así, los procesos mediante los cuales ocurren sus productos cognitivos, encontrando la motivación y el placer por aprender y por optimizar la calidad de este aprendizaje.

**2.4.2 Aprendizaje Colaborativo.** Como primer paso para acercarnos a una conceptualización que sienta algunas bases para trabajar en torno al aprendizaje colaborativo, ya sea soportado tecnológicamente o no, acudamos a lo que nos dice Cabrera (2008): “El aprendizaje colaborativo se define como aquella situación en la que un grupo de personas establece un compromiso mutuo



para desarrollar una tarea y en la que, sólo la coordinación y relación de sus intercambios les permite alcanzar un logro común” (p. 1).

En este sentido, la construcción de aprendizaje colaborativo surge como aquel conjunto de mediaciones pedagógicas, digitales o no digitales, a través de los cuales se pretende aunar los esfuerzos de un grupo determinado hacia el objetivo de que juntos puedan aprender; escenario en el que aparece la tecnología para la generación de nuevos espacios o entornos que conduzcan a la construcción del conocimiento y el aprendizaje. Johnson (1999) se refiere a grupos pequeños y heterogéneos trabajando juntos en una tarea en la cual, cada miembro es responsable individualmente de una parte de la actividad que no puede ser completada sino en un trabajo colectivo y en un estado de interdependencia. (Citado por Cardozo Cardone, 2010).

Lo anterior considera que el aprendizaje colaborativo se produce en un entorno conversacional como acto mediado por la palabra y el discurso, o sea, los participantes tienen que intentar establecer diálogos, negociaciones, explicaciones. Como base para que haya un intercambio debe haber experiencias previas compartidas, estrategias para obtener información, maneras de argumentar las ideas y propuestas, formas de evaluar las aportaciones de los demás, repetir y reformular lo que dicen los otros. (Begoña y Contreras., 2006).

**2.4.2.1. Diseño y desarrollo de sistemas de aprendizajes colaborativos:** Kumar (1996) sintetiza sus aportaciones respecto al diseño y desarrollo de sistemas de aprendizajes colaborativos en 7 elementos que son:

1. *Control de las interacciones colaborativas.* Se refiere al modo de establecer un sistema de apoyo a la comunicación entre los participantes. Un sistema de aprendizaje colaborativo puede tener una parte activa en el análisis y el control

de la colaboración. Por ejemplo, las formas de estructuración de las tareas, la posibilidad de espacios grupales para el trabajo, el uso de sistemas de comunicación sincrónica y asincrónica, el proceso de comunicación con el profesorado. Gros (2005).

Se va a implementar la AHD como sistema de comunicación y de aprendizaje colaborativo por medio de las actividades que allí se plantean que invitan al análisis por medio de ejemplos y ejercicios concretos de los triángulos rectángulos para resolver en grupos y que están presentados dentro de la estructura secuencial de la AHD, que permite dar saltos o tomar otras direcciones, guiadas de acuerdo a la afinidad de la presentación de la temática con las estudiantes

2. *Los dominios de aprendizaje colaborativo:* Los dominios de conocimiento en el aprendizaje colaborativo son de orden complejo necesitan que los grupos adquieran habilidades para: planear juntos, categorizar, memorizar y la distribución de tareas. La idea es que el grupo sepa cuáles son los prerrequisitos del tema a aprender y refuerce e internalice el tema utilizando el medio colaborativo. (Lage, 2005).

Se tiene en cuenta para aplicar en la AHD el aprendizaje desde la transmisión, exploración, adquisición y acrecentamiento de conocimientos desarrollados entre las estudiantes por medio de roles como el de líder, colíder, escritor y orales. Desde luego, todo el proceso asistido por un líder general que es el profesor.

3. *Tareas en el aprendizaje colaborativo:* En un entorno colaborativo, los participantes se enfrentan a diferentes tipos de tareas, pero, en todos los casos, una de las principales ejecuciones hace referencia a la resolución de tareas de tipo procedimental. El análisis y la resolución de problemas es fundamental. Sin embargo, este hecho no quiere decir que las tareas tengan que centrarse de forma exclusiva en este tipo de actividades. No obstante, es un error establecer todas las actividades a partir de procesos colaborativos ya que también hay que conceder importancia a las dimensiones individuales del aprendizaje. Gros (2005) (citado por Cardozo, 2010).

Con la AHD se trabajan ejercicios y problemas que implican tareas que debe realizar en cada momento cada una de las estudiantes participantes, para al final, completar un procedimiento que permita el análisis y la solución

4. *Los entornos colaborativos de aprendizaje:* Se ha de entender entorno o ambiente colaborativo de aprendizaje, el conjunto de elementos en interrelación que constituyen un sistema que favorece el aprendizaje. Hay muchas posibilidades: entornos de aprendizaje grupal que permitan el trabajo en equipo, dos o más estudiantes trabajando en el mismo problema en sincronía, o un sistema de trabajo asíncrono, un espacio basado en la autorización. En este sentido, las posibilidades que otorgan las nuevas tecnologías son muchas y muy variadas. (Siza, 2009).

Acá presento como entorno principal a la AHD que permite a las estudiantes abordar la herramienta desde sus conocimientos previos y le permite

comunicarse con sus compañeras y el docente a través de las actividades y secuencias que allí se presentan.

5. *Roles en el entorno colaborativo:* El diseño de un entorno de aprendizaje colaborativo necesita considerar el tamaño del grupo, las formas de participación, así como la distribución de los roles. El rol de cada estudiante puede cambiar durante el proceso, pero es necesario establecer ciertas responsabilidades para asegurar que los estudiantes aprenden a trabajar en grupo, en situaciones colaborativas, donde cada uno es responsable de su propio trabajo. La distribución de roles requiere además estrategias de comunicación y negociación.
6. *Tutorización en el aprendizaje colaborativo:* Son las diversas interacciones que apoyan el aprendizaje, entre alumnos en el mismo nivel, entre el alumno y el alumno experto y entre el alumno y el maestro. (Siza, 2009).
7. *Colaboración mediante apoyo tecnológico:* Las TIC ofrecen al docente y al estudiante variadas formas para facilitar el aprendizaje colaborativo para este caso se presenta por medio de una AHD, dotada de enlaces que direccionan a diferentes páginas web con diferentes formatos de conocimiento como videos, imágenes, test interactivos y archivos. “Ya sea de comunicación sincrónica o asincrónica, haciendo uso de chat, correo electrónico o foros de discusión”. (Siza, 2009) (Citado por Cardozo Cardone, 2010)

El docente aplica aprendizaje colaborativo en la AHD desde las actividades grupales que propone estableciendo compromisos para desarrollar una tarea en la que se hacen necesarias la coordinación, relación e intercambio de ideas o propuestas que permitan alcanzar un logro común. Para lo cual, es maestro proporciona un sistema de comunicación entre y con las estudiantes por medio de roles de acuerdo a los diferentes dominios que tengan dentro del tema, y a sus habilidades comunicativas e interdisciplinarias para el análisis y resolución de problemas y de tareas de tipo procedimental tomando como entorno colaborativo al grupo de trabajo en conjunto con la AHD como medio de aprendizaje colaborativo

**2.4.3. Aprendizaje Basado en Problemas. (ABP).** El desarrollo de la AHD se hace por medio de actividades entre las que se encuentran situaciones de la vida real y, se centra en el estudiante, tal como lo hace el aprendizaje basado en problemas (ABP) donde se adquieren actitudes, habilidades y conocimientos por medio de dichas situaciones. Donde la finalidad es que las estudiantes adquieran la capacidad de integrar saberes para realizar análisis y enfrentar problemas tal como lo hará en la cotidianidad de su vida.

El docente aplica la metodología con la implantación de situaciones o problemas afines al contexto de las estudiantes, para que sean abordados por grupos que son respaldados por el mismo profesor donde se analizan las diferentes áreas del conocimiento que confluyen y se ponen en juego para dar solución al problema.

Básicamente consiste en enfrentar a los alumnos a una serie de dilemas sobre los que no disponen, de manera previa, de una abundante información, con lo que se le incita a la indagación. De esta manera, se posibilitan oportunidades para el desarrollo de habilidades

específicas para el análisis, la comprensión y, en su caso, resolución del problema. (Carmen y Elvira, s.f.).

- Métodos del ABP

“Entre los métodos utilizados en el proceso de trabajo se siguen siete (7) pasos para la resolución del problema”. (Moust y Schmidt., 2007).

1. Aclarar conceptos y términos: Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado.

2. Definir el problema: Es un primer intento de identificar el problema que el texto plantea. Posteriormente, tras los pasos 3 y 4, podrá volverse sobre esta primera definición si se considera necesario.

3. Analizar el problema: En esta fase, los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como posibles conexiones que podrían ser plausibles. El énfasis en esta fase es más en la cantidad de ideas que en su veracidad (lluvia de ideas).

4. Realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior: Una vez generado el mayor número de ideas sobre el problema, el grupo trata de sistematizarlas y organizarlas resaltando las relaciones que existen entre ellas.

5. Formular objetivos de aprendizaje: En este momento, los estudiantes deciden qué aspectos del problema requieren ser indagados y comprendidos mejor, lo que constituirá los objetivos de aprendizaje que guiarán la siguiente fase.

6. Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual: Con los objetivos de aprendizaje del grupo, los estudiantes buscan y estudian la información que les falta. Pueden

distribuirse los objetivos de aprendizaje o bien trabajarlos todos, según se haya acordado con el tutor.

7. Síntesis de la información recogida y elaboración del informe sobre los conocimientos adquiridos:

La información aportada por los distintos miembros del grupo se discute, se contrasta y, finalmente, se extraen las conclusiones pertinentes para el problema.

- Ventajas del ABP.

Según Torp y Sage (1998), el empleo del ABP:

- ✓ Compromete activamente a los estudiantes como responsables de una situación problemática.
- ✓ Organiza el plan de estudios alrededor de problemas holísticos que generan aprendizajes significativos e integrados.
- ✓ Crea un ambiente en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar críticamente y los guían en su investigación, orientándolos hacia el logro de niveles más profundos de indagación.
- ✓ Estimula su motivación intrínseca.
- ✓ Promueve el interés por el autoaprendizaje.
- ✓ Estimula la producción de estructuras de pensamiento complejo.
- ✓ Involucra a los estudiantes a trabajar en colaboración.
- ✓ Activa el conocimiento previo.
- ✓ Estimula la creatividad

Por lo tanto, el ABP supone la búsqueda del desarrollo integral del alumno, conjugando la adquisición de conocimientos propios de las diferentes materias a estudiar, con el desarrollo de habilidades de pensamiento y para el aprendizaje, así como de actitudes y valores. (Torp y Sage, 1998).

En la AHD se van a establecer actividades de problemas en los que se tienen que hallar áreas o distancias de sitios, figuras o lugares conocidos, mediante triángulos rectángulos, de tal manera que, permitan que las estudiantes se enfrenten a situaciones cotidianas y puedan reconocer sus saberes previos y, despierten un interés real por la solución del problema que enfrentan. A partir de esto se busca el pensamiento crítico y que las alumnas formulen preguntas al profesor basadas en el ejercicio y en la AHD, para finalmente inducir a la búsqueda de conceptos que las conduzcan a la apropiación del problema, creando planes y apoyándose en los compañeros y el docente, hasta llegar a la solución por medio de diferentes estrategias utilizando el mismo aplicativo.

**2.4.4 Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK).** Para este trabajo el docente desarrolla conocimiento del contenido tecnopedagógico en el momento en que emprende el diseño del modelo pedagógico y la creación de la AHD debido a que tiene que integrar su conocimiento pedagógico y del contenido, a lo que aprende en el manejo de la herramienta CmapTools y a la integración de servicios tecnológicos para ordenar y presentar la información con diferentes actividades y plataformas. Por lo tanto el profesor plantea una metodología de solución de triángulos rectángulos incluyendo el aplicativo en la planificación de la secuencia didáctica. Para lo cual trabaja desde un marco tecnológico, pedagógico y disciplinar integrado, lo



que evidencia una necesidad de implementar habilidades pedagógicas flexibles para abarcar las diferentes situaciones y contextos. (Koehler y Mishra, 2006)

**2.4.5 The Knowledge Quartet (KQ).** Describe y analiza las observaciones hechas en el aula que revela el conocimiento del contenido matemático, esta categorizado en cuatro unidades o dimensiones: Foundation (Fundamentación); Transformation (Transformación); Connection (Conexión); y Contingency (Contingencia):

1. *Fundamento* o conocimiento y comprensión de las Matemáticas *per se* [MKT];
2. *Transformación* de los conocimientos del profesor para que los alumnos sean capaces de aprenderlos (ejemplos, representaciones, etc.);
3. *Conexión* o conocimiento en acción manifestado en la coherencia y planificación de los contenidos a enseñar [HCK];
4. *Contingencia* o conocimiento en interacción en el aula, pensar sobre la marcha. (Rowland, 2007, 2009)

En esta parte, el docente transforma los conocimientos matemáticos para que las estudiantes puedan asimilarlos, partiendo de los conceptos o saberes que traen sobre triángulos rectángulos de cursos anteriores y de sus propias vivencias, generando así una transposición del conocimiento y por ende un nuevo aprendizaje. Para lo cual, se utiliza como herramienta mediadora la AHD. El conocer el entendimiento y creencias que traen las estudiantes acerca del tema permite entonces que el profesor apoyado en el aplicativo plantee estrategias pedagógicas de acuerdo a ese nuevo contexto, para lo cual utiliza las analogías y se apoya en las ilustraciones y ejemplos que tiene dentro de la ayuda hipermedial para dar las explicaciones pertinentes.

En todo caso, la coherencia que se ha desarrollado en las actividades y temas de la AHD y en la secuencia didáctica debe mantenerse después de integrar los conocimientos y contextos traídos por las aprendices.

Es importante también que la estudiante durante el desarrollo de las actividades pueda aprovechar el apoyo del profesor cuando sea necesario sin importar si se desvía de una agenda ya preparada. De manera similar, se debe valorar las contribuciones que hacen las estudiantes dentro del desenvolvimiento de la clase, para lo cual, se implementan planes de contingencia en cuanto a la temática y explicaciones como también, creando redundancia de la información en diferentes formatos y rutas dentro de la aplicación y estableciendo rutinas en caso de fallo de las TIC, tales como, sustitución de equipos de cómputo, aplicaciones y de puestos de trabajo.

**2.4.6 Conocimiento didáctico del contenido.** Shulman (1987) propone un mínimo de conocimientos que debe tener el docente y los agrupo en tres categorías: conocimiento del contenido de la materia específica, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular. En 1987 Shulman propone otras categorías ampliando el modelo de razonamiento pedagógico en la preparación de la enseñanza de los docentes y se centran en los siguientes aspectos:

- Conocimiento del contenido
- Conocimiento didáctico del contenido
- Conocimiento de los alumnos
- Conocimiento curricular
- Conocimiento didáctico general

- Conocimiento de las metas y objetivos
- Conocimiento de los contextos, marcos y gestión educativa.

El conocimiento didáctico del contenido es de gran importancia porque da a conocer el nivel de experiencia en los conocimientos para la enseñanza por parte de los profesores, como se muestra a continuación.

Conocimiento del contenido: Shulman (1986) define el conocimiento del contenido como la cantidad y organización de conocimiento que posee un profesor y este es el elemento esencial y previo a la función docente, el cual debe tener un mínimo de dominio del contenido a enseñar. Shulman sustenta que las habilidades desarrolladas por la experiencia de manejo de contenidos pueden hacer que el docente anticipe situaciones que conlleven a problemas de comprensión por parte de los estudiantes.

Un buen manejo de la disciplina significa saber que algo es así y comprender el porqué de esta naturaleza, pero además saber bajo que circunstancia se valida este conocimiento: “Esto será importante en subsiguientes decisiones pedagógicas que consideren el énfasis curricular”

En el desarrollo de la AHD el docente plantea toda una secuencia didáctica en la que se acomodan los contenidos de solución de triángulos rectángulos de manera progresiva en donde las estudiantes se ubican de acuerdo a sus saberes previos encontrando en las actividades diferentes sugerencias y ayudas que pueden dar solución a los inconvenientes se presenten en su desarrollo.

Conocimiento didáctico del contenido: Shulman (1986) y Barnett y Hodson (2001) afirman que no solo basta tener conocimiento acerca de lo que se debe de enseñar, también es necesario

tener las habilidades de dar este conocimiento de manera asertiva y poder lograr así un aprendizaje verdaderamente significativo.

Los contenidos de solución de triángulos rectángulos son presentados por el maestro dentro de la AHD con diferentes actividades y formatos, enmarcados en variados contextos, de tal forma que facilite el aprendizaje en la estudiante.

Conocimiento del estudiante: Entre los componentes más importantes del Conocimiento didáctico del contenido CDC se encuentra el conocimiento de los procesos de aprendizaje de la estudiante, sobre el contenido que desea enseñar. Hawkins (1989) define este dominio de conocimiento como la habilidad de hacer "penetrable" el contenido a los estudiantes. Consiste en la apremiante necesidad de que el profesor incorpore e integre a su bagaje de conocimientos los diferentes errores, preconcepciones y concepciones de los estudiantes y las condiciones instruccionales necesarias para lograr transformar estas concepciones de manera adecuada y correcta (Citado por Shulman, 1986).

Para Shulman (1986) es muy importante que el profesor sepa y entienda como son los procesos de aprendizaje que presentan los educandos lo cual implica conocer el origen y evolución del proceso cognitivo del estudiante (según edad, grado, experiencia y escolaridad), las motivaciones (intrínsecas y extrínsecas) las expectativas e intereses, las maneras de aprender, las preconcepciones, concepciones y dificultades relativas al aprendizaje en general.

Durante el desarrollo del aplicativo el docente tiene en cuenta la edad y el contexto que brinda la institución a la alumna, así como, el sector en el cual se ubica, y plantea rutas alternativas dentro de la AHD para ver un mismo contenido, teniendo en cuenta las diferentes maneras de

aprender de las estudiantes, y los conocimientos que ya traen, poniendo a su disposición contextos a los que pueden acomodar su realidad y sus intereses.

Conocimiento curricular: Para Shulman (1986) el conocimiento curricular es la pertinencia que tiene el docente en el momento de decidir que material educativo, métodos o programas utilizar para difundir correctamente el conocimiento curricular.

En cuanto al material educativo se elige el desarrollo de la AHD para la solución de triángulos rectángulos con una implementación secuencial y rutas alternativas con contenidos presentados en diferentes actividades y contextos de acuerdo a las necesidades de las estudiantes para el grado décimo.

Conocimiento didáctico general: Por último, tenemos el **conocimiento didáctico del contenido**. Se trata de lo que el autor describe como un tipo de conocimiento que está más relacionado con el conocimiento del tema en una dimensión relacionada con el momento de la enseñanza en sí, más que con el dominio de la información que tenemos del tema. Es decir, como el propio nombre indica, se trata más de un dominio pedagógico sobre el tema que un dominio informacional o de conocimientos, refiriéndonos estrictamente a la acumulación de conocimientos sobre el tema.

En la implementación del diseño del modelo pedagógico a través de la AHD el docente establece actividades para ver cuáles son los contextos más atractivos para las estudiantes y el nivel de conocimiento que tienen en la solución de triángulos rectángulos para así ubicarlas dentro del aplicativo en el lugar pertinente dentro de la secuencia de temas que han sido planteados de manera progresiva y coherente al currículo de la materia y del objetivo de aprender a solucionar triángulos rectángulos.

**2.4.7 Ambientes de aprendizaje.** Para definir qué es un ambiente de aprendizaje, es necesario tener en cuenta las nociones de: entorno, ambiente y clima de aprendizaje, que a continuación brevemente se describen de acuerdo a Vité (2012).

El entorno. Comprende todo lo que abarca el proceso educativo de enseñanza y aprendizaje; el espacio que rodea al estudiante que participa del proceso, conformado tanto por elementos materiales, infraestructura e instalaciones de la institución, como por aspectos que afectan directamente al estudiante, tales como factores físicos (sentirse cómodo en la planta física), afectivos (ser aceptado por sus compañeros), culturales, económicos, familiares, sociales, ambientales, etc. Los elementos mencionados se combinan y producen efectos tanto favorables como desfavorables en el aprendizaje de los alumnos.

- El ambiente. Refiere a los espacios en los cuales se llevan a cabo las actividades educativas, los cuales pueden comprender tres tipos: El aúlico, actividades de enseñanza y aprendizaje que se genera en el aula de clase; real, se da el proceso en escenarios que son reales donde se puede verificar la aplicación de conocimientos y competencias adquiridas, incluidas las actitudes y valores (estos escenarios pueden ser un laboratorio, biblioteca, áreas verdes, etc.); y virtual, aquellos que se diseñan a través del uso de las TIC, puede citarse la computadora, un aula virtual, el uso de internet, acceso a blogs, actividades divertidas como: rompecabezas, crucigramas.
- El clima de aprendizaje: Consiste en la interacción, comunicación que se da en el proceso de enseñanza y aprendizaje entre los sujetos que participan en él (docente y estudiantes, viceversa y estudiantes con estudiantes). En éste debe preponderar la armonía, confianza,

respeto, seguridad, para que los aprendices, puedan comunicar sus ideas e inquietudes con libertad; en este espacio también se incorporan las reglas que permitan un buen desarrollo del proceso educativo. En estas últimas juega un papel importante que el docente sea un modelo de conducta, la cual debe ser consecuente con las expectativas de los estudiantes. Por ejemplo, si se establecen reglas que prohíben el abuso verbal o físico, ruidos que interrumpen el trabajo de los demás, entre otras, el docente debe también seguirlas.

Seguido de las consideraciones anteriores, se propone como definición de ambiente de aprendizaje, la siguiente según López (2011):

Hablar de ambiente de aprendizaje, nos remite al escenario donde existen y se desarrollan condiciones favorables de aprendizaje. Un espacio y un tiempo en movimiento, donde los participantes desarrollan capacidades, competencias, habilidades y valores. Donde, además, son tenidas en cuenta, la organización y disposición espacial, las relaciones establecidas entre los elementos de su estructura, pero también, las pautas de comportamiento que en él se desarrollan, el tipo de relaciones que mantienen las personas con los objetos, las interacciones que se producen entre las personas, los roles que se establecen, los criterios que prevalecen y las actividades que se realizan; esto es, el aula (p. 16).

La clase está constituida dentro de unas coordenadas espacio – temporales del curso académico (López, 2011), por un grupo de personas (estudiantes y docente), entre los cuales se generan diferentes clases de relación, mediante vínculos de autoridad, confianza, afecto, cooperación, sumisión, rechazo, imposición, entre otras; transformándose en una relación

recíproca y multidimensional que modifica el ambiente que se desarrolla diariamente. En tal sentido, se puede decir que el clima o convivencia que se establece en el aula, inciden en algún grado en el logro de los aprendizajes. López (2011) afirma que: “La variable que tiene mayor efecto positivo en el aprendizaje de los alumnos es el clima de aula” (p. 17).

Según Fernández (s.f.), la relación entre profesores y alumnos y el clima que se da dentro del aula, no sólo intervienen en el rendimiento académico de los estudiantes, sino que además facilitan o dificultan el bienestar y desarrollo personal de todos los integrantes dentro de la clase; es decir, que existe una relación directa y positiva entre la eficacia de la enseñanza y un clima apto dentro del aula (Citado por López, 2011).

El maestro implementa la AHD Solución de triángulos rectángulos como un ambiente que tiene formatos de presentación de la información con diferentes contextos, tales como; videos, documentos, imágenes, cuestionarios interactivos, y la lleva a cabo en un entorno de calma, en el aula de sistemas de la institución, que cuenta con computadores, internet y otros dispositivos que permiten realizar la clase con el aplicativo. Así mismo el docente crea un clima de trabajo de cordialidad, confianza y armonía en el que haya mínimas interrupciones externas y soluciones a los problemas que se puedan presentar con el desarrollo de la actividad.

**2.4.8 Modelo Van Hiele.** La Teoría de Van Hiele, fue creada por Pierre María Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof como disertaciones doctorales separadas en la Universidad de Utreht en Holanda en 1957. Este modelo se compone de tres elementos principales.

- 1) Percepción “*insight*”, que se entiende como comprensión de las estructuras.
- 2) Estratificación del razonamiento humano en una jerarquía de niveles.



3) Fases de aprendizaje, que sirven de guía para diseñar la instrucción a la que se deben exponer los alumnos para ayudarlos a progresar del nivel en que se encuentren al siguiente. (López y Duarte, 2009):

En este modelo se observa una “jerarquización” ya que se trabaja sobre unos niveles, los cuales tienen un orden que no se puede alterar, y son “recursivos”, es decir que “lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel”. La progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje (Fouz y De Donosti, 2005).

Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4 (Fouz y De Donosti, 2005). Estos niveles se denominan de la siguiente manera:

**NIVEL 0: Visualización o reconocimiento:** en este nivel los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes. Se describen por su apariencia física asemejándoles a elementos familiares del entorno. No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.

**NIVEL 1: Análisis:** se perciben los componentes y propiedades de los objetos y figuras, por medio de la observación y experimentación. Sin embargo, no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

**NIVEL 2: Ordenación o clasificación:** se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de

esas relaciones. Por último, siguen las demostraciones, pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura.

**NIVEL 3: Deducción formal:** en este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

**NIVEL 4: Rigor:** se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

En la mayoría de trabajos realizados con estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. Hoy en día, al ser un modelo muy conocido y admitido por muchos docentes, existen múltiples aplicaciones dentro de las cuales se encuentran los trabajos realizados en geometría plana (Burger y Shaughnessy, 1986; Fuys et al. 1988), geometría de sólidos (Hoffer, 1981; Gutiérrez et al. 1991) y otros referidos al estudio de cuadriláteros y triángulos (Cowley, 1987).

López y Duarte (2009), realizaron un trabajo muy completo alrededor de la enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele, donde se hizo hincapié en la importancia de la red de relaciones que un alumno puede llegar a construir cuando se enfrenta a un concepto matemático y su estrecha relación con la idea de estructura en el modelo educativo de Van Hiele. Además, que la comprensión de la forma como funcionan las estructuras en el proceso de pensamiento permite el diseño de material didáctico que favorece en el alumno el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

**2.4.9 Fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele.** Van Hiele sostiene, según Usiskin (1991), que su teoría tiene una propiedad que establece, que la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; se da bajo la influencia de un programa de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, mientras que los niveles de razonamiento nos orientan acerca de cómo secuenciar y organizar el currículo geométrico de una forma global, el objetivo de las Fases de Aprendizaje es favorecer el desplazamiento del alumno(a) de un nivel al inmediatamente superior mediante la organización de las actividades de enseñanza y aprendizaje.

Estos dos elementos, la teoría y el método, ha permitido que el modelo tuviera una influencia real en la elaboración de currículos de geometría en distintos países. La organización de las actividades de enseñanza y aprendizaje del método de fases de aprendizaje, comprende una secuencia precisa de cinco fases o estados de aprendizaje, resumidos como sigue. (Usiskin, 1991)

**Fase Primera:** Información. Su finalidad es la de obtención de información recíproca profesor-alumno. El propósito de la actividad a realizar es doble, que el profesor conozca los conocimientos que los alumnos poseen del tópico a tratar y que los alumnos sepan qué dirección se dará al estudio a realizar, los tipos de problemas que se vayan a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, etc. (Usiskin, 1991)

**Fase Segunda:** Orientación Dirigida. Los alumnos exploran el tópico a estudiar empleando los materiales que el profesor secuencía cuidadosamente. Van Hiele (1986) señala esta fase como fundamental, ya que en ella se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente y si las actividades se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento del nivel superior. El propósito es guiar a los estudiantes a través de la

diferenciación de nuevas estructuras basadas en aquellas observadas en la primera fase. (Usiskin, 1991)

**Fase Tercera:** Explicitación. Su objetivo es que los estudiantes sean conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y que consoliden el vocabulario propio del nivel. En esta fase es fundamental el diálogo entre los estudiantes, con intervenciones del profesor cuando sea necesario. Este debate entre compañeros enriquecerá notablemente el conocimiento de cada estudiante, pues los obliga a organizar sus ideas y expresarlas con rigor, pone de relieve los métodos y resultados incorrectos y afianza los correctos. El profesor es ahora cuando introduce todo el lenguaje técnico. Van Hiele condiciona el entendimiento real al éxito de esta fase. (Usiskin, 1991)

**Fase Cuarta:** Orientación Libre. En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores, y generalmente, más complejos. Las actividades deben permitir resolver situaciones nuevas con los conocimientos que adquirieron previamente. No deben orientarse a la consecución de ningún objetivo básico de ese nivel, puesto que éstos ya se deben haber obtenido en la segunda fase. Son adecuadas situaciones abiertas, en las que el estudiante pueda explorar diversas posibilidades pero siempre utilizando lo que aprendió anteriormente. (Usiskin, 1991)

**Fase Quinta:** Integración. Los estudiantes revisan y resumen en esta fase lo que han aprendido, con el objetivo de formarse una visión general del nuevo conjunto de objetos y relaciones construidas. El profesor puede ayudar a realizar esta síntesis, pero sin introducir nada nuevo. (Usiskin, 1991)

En la AHD para la solución de triángulos rectángulos el docente trabaja el nivel cero de Van Hiele, por medio de una orientación dirigida desde la construcción del aplicativo, con sus formas, colores y secuencias que son familiares al entorno de las estudiantes y, al tema que se desarrolla en la ayuda, así mismo, cada actividad está dotada de imágenes de triángulos en las cuales se muestran sus propiedades en la parte básica y, se siguen desarrollando por medio de su análisis en el entorno, donde se pueden ver sus particularidades. (Usiskin, 1991)

Una buena mirada de la aplicación de las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele es el de la presentación de la información que hace el maestro a través de la AHD para que la estudiante la aborde y la discuta con el propósito de clarificar la forma y contexto de trabajo para que en la segunda fase pueda trabajar de manera dirigida con apoyo del profesor y por medio de la secuencia que sugieren las actividades de la aplicación, estas la ubican de acuerdo al nivel de razonamiento de la aprendiz.

La tercera fase se aprovecha para dar claridad en las discusiones de clase con el propósito de brindar explicaciones que lleven a la estudiante a aprender el lenguaje pertinente en cuanto a triángulos rectángulos, lo que permite, abordar la cuarta fase, donde el aplicativo y el docente proporcionan diferentes posibilidades en cuanto a actividades y recursos se refiere, en las cuales se dan instrucciones para que la alumna interactúe de formas variadas.

Finalmente, en la quinta fase se busca que las estudiantes analicen y saquen conclusiones de todas las acciones que se han realizado en la fases anteriores, llevándolas a la integración de los razonamientos obtenidos y a la comprensión del alcance de un nuevo nivel de pensamiento acerca de las situaciones que involucran triángulos rectángulos. (Usiskin, 1991)

## **2.5. Las TIC en la enseñanza de matemáticas**

En todos los ámbitos sociales cada vez hay más personas que pueden acceder a las tecnologías de la información y las comunicaciones, la escuela no es ajena a esto, podríamos afirmar que su presencia en el aula ya no tiene vuelta atrás; en concreto en la enseñanza la incorporación de estas tecnologías debe producir un cambio en la didáctica de las matemáticas.

Al respecto Michele Artigue (2011) plantean que: “efectivamente lo que se espera es de esas herramientas esencialmente es que permiten aprender más rápidamente, mejor, de manera más motivante, una Matemática cuyos valores son pensados independientemente de esas herramientas” (p. 7).

Por lo anterior podemos afirmar que el proceso de incorporación de las TIC, en el ámbito educativo debe ser analizado y estudiado como una innovación, ya que presenta cambios y transformaciones en todos los elementos del proceso didáctico. (Cambios en el rol del profesor, y del alumno en método de enseñanza). De nada sirve la incorporación de las TIC a los procesos pedagógicos si no se producen otros cambios en el sistema de enseñanza.

Desde la perspectiva del socioconstructivismo las TIC pueden ingresar como mediadores que brinden un andamiaje adecuado para el recorrido de la zona de desarrollo próximo y por lo mismo deben favorecer los procesos interpsicológicos e intrapsicológicos necesarios. Una propuesta que busca ajustarse a estos requerimientos es la que se utiliza en este trabajo es la de los Sistemas Hipermedia Adaptativos (SHA) y dentro de este concepto se inscriben las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD).

**2.5.1 La AHD como Sistema Hipermedia Adaptativo (SHA).** Brusilovsky (1996) define el término Sistema Hipermedia Adaptativo (SHA) como “todos los sistemas de hipertexto e hipermedia que reflejan algunas características del usuario en el modelo de usuario y aplican este modelo para adaptar varios aspectos visibles del sistema al usuario” (p. 2).

Según este autor es un sistema que debe cumplir tres criterios para ser llamado SHA: “1. Ser hipertextual o hipermedial. 2. Tener un modelo de usuario. 3. Poder adaptar el contenido hipermedial o hipertextual al modelo de usuario”. (Brusilovsky, 1996, p. 2).

La propuesta de las AHD como instrumento didáctico para la enseñanza y el aprendizaje, se ajusta a las características de los SHA, dado que es un sistema hipermedia provisto de hipertextualidad, posee una estructura que puede adaptarse a las características concretas de cada usuario, (normalmente se tratarán de atributos tales como necesidades de información, condiciones de acceso, experiencia y conocimientos), de esta manera puede ofrecerle un material acorde a sus particularidades de acuerdo al modelo del usuario y al dominio en el que se está trabajando.

Para Amador Montaña, et al., (2013) la AHD como instrumento didáctico, es un producto multimedia, provisto de hipertextualidad que promueve procesos metacognitivos; se fundamenta en el socioconstructivismo, configurándose como un instrumento psicológico y que Coll (2007) denomina como mediador de procesos intra e intermentales implicados en la enseñanza y el aprendizaje, donde se establece como un medio de representación del conocimiento y un sistema estratégico de comunicación para la implementación de las TIC en procesos educativos, mediante el desarrollo de un diseño tecnopedagógico (DTP) correspondiente a los fines de formación, modificando e innovando las relaciones entre el maestro, el estudiante y el saber.

Por ello la AHD se convierte en una herramienta que contribuye a la resignificación de las relaciones entre los elementos del triángulo didáctico (maestro, estudiante y saber) a partir de un enfoque socioconstructivista. (Coll., Onrubia., y Mauri. 2008).

Con la implementación de la AHD el docente busca una forma eficiente de enseñar para que sus estudiantes aprendan de una manera más completa y mejor, ya que la ayuda cuenta con muchos recursos y actividades apoyados en hipertexto que las transporta a diferentes plataformas que en primera instancia permiten motivar a la alumna con contextos que le son familiares y la llevan a una aprehensión más rápida.

El docente entonces, plantea la AHD como una herramienta TIC innovadora que involucra a las estudiantes de una forma diferente en la solución de triángulos rectángulos, haciendo de mediadora en el andamiaje necesario, teniendo en cuenta el Nivel Real de Desarrollo en el que se encuentran las alumnas y acompañándolas en el transcurso de la zona de desarrollo próximo, brindando condiciones de acceso, experiencia y conocimientos. Todo lo anterior teniendo como punto de partida el ofrecimiento de opciones para las particularidades que presentan las aprendices, de tal manera que puedan encajar como usuarias exitosas de la AHD. Dando así, nuevos significados a las formas de estudio y la relación que conocen de estudiante, maestro y saber. (Coll., Onrubia., y Mauri. 2008).

## **2.6. Material educativo en la enseñanza de matemáticas**

Según Blázquez y Lucero (2002)

Los materiales educativos están constituidos por todos los instrumentos de apoyo, y cualquier recurso que el profesor prevea emplear en el diseño o desarrollo del



currículo, para aproximar o facilitar los contenidos, mediar las experiencias de aprendizaje, provocar encuentros o situaciones, desarrollar habilidades cognitivas, apoyar sus estrategias metodológicas, o facilitar o enriquecer la evaluación (Citado por González, 2011, p. 186).

Así mismo, Gil (2017) menciona

En este sentido, las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) se han convertido en una poderosa herramienta didáctica que suscitan la colaboración en los alumnos, centrarse en sus aprendizajes, mejoran la motivación y el interés, promueven la integración y estimulan el desarrollo de ciertas habilidades intelectuales tales como el razonamiento, la resolución de problemas, la creatividad y la capacidad de aprender a aprender.

En la actualidad, la tecnología, y especialmente la Internet se ha convertido en un medio que ofrece un sin número de recursos digitales en línea que han sido creados para ponerlos en práctica en el campo educativo, con la intención de favorecer el desarrollo curricular de diferentes áreas de aprendizaje. (p. 2)

**2.6.1. Características del material educativo digital.** Moreira (2000), describe las características de los materiales electrónicos para Internet: en pocas palabras deben asumir los siguientes rasgos o características: materiales hipertextuales, flexibles, atractivos, interactivos y con mucha información. A continuación, describe estos rasgos:

- *Materiales cuya información esté conectada hipertextualmente.* Entre cada segmento o parte del módulo de estudio deben existir conexiones o enlaces que

permitan al alumno "navegar" a través del mismo sin un orden prefijado y de este modo permitir una mayor flexibilidad pedagógica en el estudio de dicho módulo.

- *Materiales con un formato multimedia.* Los materiales didácticos deben integrar textos, gráficos, imágenes fijas, imágenes en movimiento y sonidos, siempre que sea posible. Ello redundará en que estos materiales resulten más atractivos y motivantes a los estudiantes y en consecuencia, facilitadores de ciertos procesos de aprendizaje.

- *Materiales que permitan el acceso a una enorme y variada cantidad de información.* Los materiales electrónicos (bien en Internet u otro medio). Por ello, en todo módulo electrónico debe existir una opción de "enlaces a otros recursos en la red" de modo que el alumnado pueda acceder a otros sitios web de Internet que contengan datos e informaciones de utilidad para el estudio del módulo.

- *Materiales flexibles e interactivos para el usuario.* Los materiales deben permitir al alumnado una secuencia flexible de estudio del módulo, así como distintas y variadas alternativas de trabajo (realización de actividades, navegación por webs, lectura de documentos, etc.). Es decir, los materiales que se elaboren no deben prefijar una secuencia única y determinada de aprendizaje, sino que deben permitir un cierto grado de autonomía y flexibilidad para que el módulo se adapte a las características e intereses individuales de los alumnos.

- *Materiales que combinen la información con la demanda de realización de actividades.* Frente a un modelo de aprendizaje por recepción, se pretende desarrollar materiales que estimulen el aprendizaje a través de la realización de

actividades. Es decir, estos materiales deben combinar la presentación del contenido informacional con la propuesta de una serie de tareas y actividades para que el alumnado que al realizarlas desarrolle un proceso de aprendizaje activo, basado en su propia experiencia con la información (a través de ejercicios, navegaciones guiadas por la red, lectura de documentos, elaboración de trabajos (Citado por Rodríguez, 2004, p. 5-6).

El aprendizaje en la solución de triángulos rectángulos puede beneficiarse de estas características, dado que ofrecen ventajas en cuanto a que presentan los conceptos de una forma más visual e interactiva, estos recursos igualmente relacionan las Matemáticas y la geometría con otros aspectos de la vida, para que resulten más accesibles a cualquier edad; además actualmente añaden un componente lúdico que las hace mucho más atractivas y que incluyen propuestas transversales, interactivas y multimediales para la solución de triángulos rectángulos y sus representaciones gráficas asociadas, así como otras para uso de docentes.

**2.6.2. Usos de Material Educativo.** Medina, Domínguez y Sánchez (2008) precisan que “el empleo de medios y recursos requiere explicitar el modelo de construcción e integración de los mismos y el proceso de diseño y adecuación de la presentación del contenido instructivo mediante la programación de unidades didácticas” (Citado por Cacheiro, 2011, p. 2).

Por ello siguiendo la idea socioconstructivista de la zona de desarrollo próximo y de ayuda ajustada, el material a utilizar debe propender por favorecer el proceso intra e inter mental con el que los alumnos crean el conocimiento. Por esto mismo el material no se supone que “entrega” el saber, sino que debe mediar su construcción.

Por su parte, Marqués (2000) señala que los medios didácticos cumplen, entre otras, las siguientes funciones:

- Motivar, despertar y mantener el interés.
- Proporcionar información
- Guiar los aprendizajes de los estudiantes.
- Organizar la información, relacionar conocimientos, crear nuevos conocimientos y aplicarlos.
- Evaluar conocimientos y habilidades.
- Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación.
- Proporcionar entornos para la expresión y creación. (Citado por González, 2011, p. 3)

**2.6.3. Adaptación de material educativo.** No es necesario crear todo el material que se vaya a utilizar en un dispositivo multimedia al igual que no es necesario utilizarlo tal cual se encuentra. Lo más frecuente es que el docente deba modificar de alguna manera el material a utilizar para que se alinee adecuadamente a sus objetivos. Arreaga, Fuente, Pardo y Delgado (2010) en su artículo sobre adaptación de material educativo indican que existe un consenso sobre la existencia de 3 tipos principales de adaptaciones: de contenido, de flujo del aprendizaje y de interfaz. A continuación, presentamos la clasificación según la plantean los autores mencionados

- Adaptación del contenido: De Bra et al (1999) plantea que la adaptación del contenido consiste en la modificación de los materiales a entregar a cada alumno, atendiendo a los diferentes parámetros del estado del curso. Así un concepto puede ser estudiado a través de vídeos, actividades y lecturas. De esta forma cada alumno puede recibir un tipo de material según su estilo de aprendizaje, trabajando todos ellos sobre el mismo concepto.
- Adaptación de flujo de aprendizaje: La adaptación del flujo de aprendizaje consiste en modificar el orden de realización de actividades en función del estado del curso. Por ejemplo, existen alumnos que prefieren estudiar la teoría antes de pasar a la fase de experimentación, mientras que otros prefieren adquirir la experiencia práctica y luego encontrar los fundamentos teóricos.
- Adaptación de la interfaz: Un tercer tipo de adaptación se basa en la posibilidad de modificar el formato en el que los materiales son presentados. Esta modificación puede ser debida al tipo de dispositivo con el que los participantes del curso acceden al material. Por ejemplo, el acceso a través de un dispositivo móvil requerirá de una interfaz de usuario simplificada (p. 214-215).

En la AHD y la secuencia didáctica se adapta el contenido para el aprendizaje de triángulos rectángulos de una manera dirigida, de tal forma que el aprendizaje sea progresivo, ubicándose la estudiante inicialmente de acuerdo al nivel de conocimiento que traiga, pudiendo abordar de acuerdo a su manera de aprender, varias rutas dentro del aplicativo que están dotadas de imágenes, lecturas, test interactivos y videos, los cuales permiten la adaptación del flujo del aprendizaje al modificar el orden de las actividades por medio de los hipervínculos que se

encuentran en la AHD y haciendo uso de otras herramientas web cuando sea necesario para la solución de una situación o actividad en particular o para hacer un salto hacia atrás dentro de la aplicación para reforzar conceptos y teorías útiles dentro de un ejercicio.

La interfaz y la presentación de la información varían y se acomoda a las necesidades de la estudiante, y de acuerdo a la plataforma a la que se accede en cada hipervínculo.

**2.6.4. Estrategias comunicativas.** En su tesis doctoral sobre estrategias de comunicación Morales y Landa (2004) las define como “esos recursos o planes (comunicativos) conscientes para resolver problemas de comunicación” (p. 11). En el caso de las matemáticas estas estrategias cobran una especial importancia ya que los objetos con los que se trata son abstractos, por lo tanto, los recursos concretos utilizados para presentar un concepto matemático se hacen únicamente a nivel simbólico; es imposible mostrar un cinco, únicamente podemos mostrar objetos o recursos que lo simbolicen. Esto tiene como consecuencia que si la comunicación, que tiene su base en lo simbólico, falla, no será posible un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier objeto matemático.

Por otro lado, la comunicación es un proceso multimedial por excelencia en el que concurren la palabra, el gesto, el medio y la mente de los implicados. En el caso del presente trabajo las TIC se implican como mediadoras en la estrategia comunicativa que puedan desarrollar los alumnos entre sí y el docente con los alumnos.

## **2.7. Solución de triángulos rectángulos**

Éste se realizara atendiendo el texto, “Los Caminos del Saber, Matemáticas 10” del cual se va a usar para el contenido específico que encontramos en las páginas de la 55-57, 68-74, 78-80 124-130. (Ver anexo 5).

### **3. Metodología de la investigación**

Se presenta en el diseño metodológico de investigación que se ha orientado a conseguir los objetivos planteados en este estudio. ¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de las Ayudas Hipermediales Dinámicas en la solución de triángulos rectángulos a estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Cristo Rey de Dosquebradas, Risaralda?

#### **3.1. Diseño cualitativo descriptivo**

Se recurrió a la metodología cualitativa, de tipo descriptivo- interpretativo, que se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, la conducta observable; incluyó la observación participante, registros videográficos, grabaciones de audio, hojas de respuestas o cuadros de trabajo de los estudiantes, para posteriormente describir, analizar y vincular la información de acuerdo a los fenómenos que ocurren naturalmente en el de aula de clase al usar el aplicativo (AHD).

Los resultados de las actividades propuestas a través del desarrollo de la secuencia didáctica y las observaciones; se establecieron cuatro categorías en lo referente a: Uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

Las categorías permitirán observar los actores que intervinieron en los entornos de aprendizaje y que incidieron directa o indirectamente el proceso de enseñanza aplicado por el docente. Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014).



### 3.2. Contexto de la investigación

La investigación se realizó en la Institución educativa Cristo Rey de Dos Quebradas, Risaralda, con 37 estudiantes de grado décimo que cumplieron los siguientes criterios

- Estudiantes del género femenino en su totalidad
- Edades de las estudiantes entre 14 y 17 años.
- Estudiantes y padres que otorgaron el consentimiento de participar en la investigación.
- Estudiantes que asistieron al 90% de las actividades planeadas en el desarrollo de la secuencia didáctica.

### 3.3. Técnicas e instrumentos de investigación

**3.3.1 Técnica de observación participante.** Hay que distinguir entre lo que es “observación” y la “observación participante”. La primera es una técnica para la recogida de datos sobre comportamiento no verbal, mientras que la segunda hace referencia a algo más que una mera observación, es decir, implica la intervención directa del observador, de forma que el investigador puede intervenir en la vida del grupo.

Goetz y LeCompte (1998) plantea que

La observación participante se refiere a una práctica que consiste en vivir entre la gente que uno estudia, llegar a conocerlos, a conocer su lenguaje y sus formas de vida a través de una intrusa y continuada inter acción con ellos en la vida diaria. (Citado por Campoy y Araújo 2009, p. 277).

En esta investigación el trabajo de aula fue desarrollado por el profesor investigador. Eso significa que tiene una participación directa en una serie de actividades durante el tiempo que

dedica a observar a los sujetos objeto de observación y participar en sus actividades para facilitar una mejor comprensión; le exigió preparación, diseño y organización previa a las secciones de trabajo de campo durante la experiencia.

**3.3.2. Registros video-gráficos.** El vídeo como instrumento de registro o apoyo visual en la investigación permitió obtener mayor información por la posibilidad de registrar imagen y sonido. De acuerdo con García (2011).

El vídeo es en sí mismo una forma de indagar y recoger información, así como de construir y reconstruir realidades, no solo desde quien investiga sino también desde las personas o comunidades que narran su situación a través de las imágenes en movimiento. (p. 4).

Para este estudio los registros video-gráficos constituyen el principal instrumento de observación en el desarrollo de la investigación, con ellos se pretende documentar los ambientes de aprendizaje en el aula de clase, y evidenciar los procedimientos, situaciones, expresiones, comportamientos anímicos y expresivos de los estudiantes.

Se registran varias sesiones de grabación (filmación de clases) necesarias para el desarrollo de la secuencia didáctica, correspondiente al desarrollo temático de la solución de triángulos rectángulos, los que luego se analizan a la luz del marco teórico.

### **3.4. Diseño del modelo pedagógico para la solución de triángulos rectángulos en el aula de clase**

La siguiente matriz muestra el diseño del modelo pedagógico para la solución de triángulos rectángulos. A partir del problema que se diagnosticó acerca de las dificultades de la enseñanza y del aprendizaje de este tema en el aula de clase, y atendiendo las características de los estudiantes, se tomó la decisión de adoptar el enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas. Así, el diseño de este modelo queda conformado por las relaciones que se observan en la tabla siguiente (marcadas con una “√”), siendo éstas las que al modo de ver y de conocer del docente serán las que atenderán de manera eficiente el proceso de enseñanza para que los estudiantes aprendan sobre la solución de triángulos rectángulos. Estas relaciones determinarán, tanto el diseño como la creación de la AHD y las actividades de la secuencia didáctica.

**Tabla 1.** Matriz: diseño del modelo pedagógico para la solución de triángulos rectángulos.

MATRIZ MODELO PEDAGÓGICO		ENFOQUE PEDAGÓGICO SOCIOCONSTRUCTIVISTA					
		CARACTERÍSTICAS					
TEORIAS DE APRENDIZAJE/CARACTERÍSTICAS		Saberes previos	Ayuda ajustada mostrar al estudiante como construir el conocimiento	Andamiaje dar soporte adecuado a los estudiantes	Representar	Construcción	Delegación de la responsabilidad y control
APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS	Trabajo activo con participación activa de los estudiantes						✓
	Problemas seleccionados para lograr objetivos de conocimientos			✓			
	Aprendizaje centrado en el estudiante	✓					
	Maestro como facilitador o tutor del aprendizaje		✓				
APRENDIZAJE COLABORATIVO	Interdependencia positiva o esfuerzos de unos benefician a otros)						✓
	Responsabilidad y compromiso						✓
	Trabajo en equipo					✓	
	Potenciar el desarrollo				✓		
APRENDIZAJE AUTÓNOMO	El estudiante aprende a construir su propio conocimiento					✓	
	Autorregulación				✓		
	Transferir progresivamente el control de la estrategia						✓
	Uso estratégico de Procedimientos					✓	

### 3.5 Procedimiento.

La propuesta se desarrolló a través de las cinco fases que se describe en el siguiente cuadro resumen.

#### 3.5.1. Fases, objetivos y actividades del estudio

**Tabla 2.** *Fases, objetivos y actividades*

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
<b>Fase I: Caracterización</b>	Diagnosticar un problema de enseñanza en la solución de triángulos rectángulos.	Análisis de los procesos de comprensión en la solución de triángulos rectángulos, diagnosticado en los resultados de PRUEBAS SABER 11° (Capítulo 1. Descripción de la realidad problemática). Indagación estudios de posibles causas del problema.
<b>Fase II: Acopio de información</b>	Identificar la teoría existente de las AHD.	Elaborar una revisión bibliográfica sobre AHD, y el uso de las TIC aplicadas a la enseñanza de las matemáticas.  <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaborar una revisión bibliográfica sobre el Enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje relacionadas.</li> <li>• Elaborar una revisión bibliográfica sobre didáctica en la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos</li> </ul>
<b>Fase III: Diseño e Implementación.</b>	Crear una ayuda hipermedial dinámica para favorecer un acercamiento al estudio de la solución de	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construcción del Diseño Tecno Pedagógico para la solución de triángulos rectángulos.</li> <li>• Selección, adecuación y construcción de</li> </ul>

	triángulos rectángulos.	recursos didácticos para el desarrollo las unidades temáticas
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseño y construcción del instrumento AHD, para la enseñanza y el aprendizaje de la solución de triángulos rectángulos, utilizando la aplicación Cmaptools.</li> </ul>
<b>Fase Aplicación</b>	<b>IV:</b> Aplicar la herramienta didáctica AHD, desarrollada, en el grado décimo de la Institución educativa Cristo Rey de Dosquebradas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicación de la secuencia didáctica con uso de la AHD en 3 secciones de clase de 120 minutos en el grado 10 de la Institución Educativa Cristo Rey de Dosquebradas</li> <li>• Organización de evidencias de los estudiantes en el trabajo autónomo y colaborativo en las actividades propuestas en el instrumento pedagógico.</li> </ul>
<b>Fase Evaluación</b>	<b>V: Análisis y</b> herramienta didáctica con los estudiantes en 4 aspectos preestablecidos:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar la Incidencia de los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas al profesor de matemáticas, desde el enfoque socioconstructivista para enseñanza de la solución de triángulos rectángulos.</li> <li>• Creación de material educativo.</li> <li>• Uso de recursos educativos.</li> <li>• Estrategias Comunicativas en el aula de clase.</li> <li>• Adaptación de recursos educativos al contexto.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase con estudiantes del grado 10 de la Institución educativa Cristo Rey de Dosquebradas</li> <li>• Evaluar el desempeño alcanzado durante la implementación de la estrategia didáctica</li> </ul>

---

desde el aspecto curricular.

- Estrategias comunicativas.

Todas ellas planteada a la luz del enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas con los estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Cristo Rey de Dosquebradas

---

### **3.6 Diseño y creación de la AHD**

La aplicación (AHD) tiene como propósito construir conocimiento sobre la solución de triángulos rectángulos de manera autónoma y colaborativa, por medio de recursos multimedia; además dinamizar la clase mediante la implementación de las TIC en el aula facilitando la comunicación entre estudiantes y el docente.

A groso modo el instrumento se compone de las siguientes partes: La AHD solución de triángulos rectángulos se construye en 3 niveles.

La ayuda hipermedial dinámica (AHD) para la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos, se construyó en diferentes ramas o niveles los cuales corresponden al nivel 1 o nivel básico, nivel 2 o intermedio y nivel 3 o avanzado, y colores rojo, amarillo y verde respectivamente, esto se hace con el fin de darle una forma familiar al conocimiento de las estudiantes.

➤ **Generalidades.** Comprende los botones superiores de la AHD.

➤ **Prueba diagnóstica inicial para las estudiantes:** Determina el estado inicial del estudiante, es decir, valora los conocimientos previos, para determinar las posibilidades de ajustar rutas y actividades a la situación particular de cada estudiante.

➤ **Desarrollo temático de la unidad didáctica.** Consta de 3 secciones de contenidos (Ver anexo2) (Planeadas en la SD) para el alcance de los objetivos propuestos.

➤ **Sistema de evaluación.** En general en todo el desarrollo de la AHD, el sistema indaga a los estudiantes sobre preferencias y sus avances del aprendizaje por sí mismo, es un sistema de autoevaluación permanente que informa sobre los progresos obtenidos.

Para el lector, la estructura anterior, se muestra en el anexo 2.

El desarrollo temático de contenidos en la solución de triángulos rectángulos, se diseña en la secuencia didáctica.

**3.6.1. Diseño de la Secuencia Didáctica (SD).** A continuación, se incluye la secuencia didáctica diseñada para desarrollar en 3 sesiones de 120 minutos cada una (Ver anexo 2).

### **3.7. Diseño y organización del ambiente de aprendizaje**

El ambiente de aprendizaje en el que se desarrolla esta propuesta comprende un entorno educativo de la Institución educativa Cristo Rey, un espacio en el que los estudiantes interactúan de forma presencial con el docente, en un ambiente donde la construcción cognitiva se realiza en un entorno colaborativo mediado por TIC, en donde cobran sentido las estrategias didácticas que use del docente que permite guiar el acto educativo.



**3.7.1 Contexto Físico.** Para el desarrollo de la propuesta de investigación se contó con la sala de sistemas del colegio la cual tiene un área de 50 m<sup>2</sup> y 30 pc que cuentan con sistema operativo Windows 7 y recursos mínimos, como los siguientes: memoria RAM ddr2 de 2 GHZ, procesador Intel Celeron, monitor tipo CRT, para la reproducción de archivos de audio y multimedia se usó audífonos los cuáles llevaron las estudiantes, esta sala cuenta con una conexión a internet de 4 megas.

**3.7.2. Rol del estudiante.** El papel protagónico que tienen las estudiantes en esta propuesta radica en que las alumnas pasen de ser receptoras a convertirse también en emisoras y, por tanto, en parte activa del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por tanto y con base en lo que se ha tratado se colige que para garantizar el éxito en el aprendizaje de las estudiantes se requiere que la alumna realice las siguientes acciones para su propia formación:

- Saber trabajar en equipos colaborativos.
- Acceder a los contenidos que ofrece la AHD.
- Participar activamente en la solución a las actividades propuestas.
- Elaborar preguntas para orientarse, para aclarar dudas relativas a los contenidos, los procedimientos o las actividades.
- Reflexionar con los contenidos sobre sus fortalezas y áreas de oportunidad que les permitirá desarrollar sus capacidades al máximo.
- Comprender qué habilidades, estrategias y recursos requiere cada tarea. (Metacognición).

**3.7.3. Rol del docente.** En esta propuesta se parte del enfoque pedagógico actual para reconceptualizar el rol del docente, pues el socioconstructivismo transforma el concepto de profesor asociado a enseñar hechos y conceptos de un modo estructurado y fijo, en favor de una renovada imagen como profesional que juega un papel activo en el diseño de situaciones específicas de enseñanza, por tanto el profesor debe ser conocedor de las necesidades evolutivas, y de los estímulos que reciba de los contextos donde se relaciona: familiares, educativos, sociales, en base a estas condiciones ajusta o reestructura la AHD.

El docente actúa bajo el principio constructivista llevando el énfasis de la enseñanza hacia el aprendizaje, procurando que la alumna construya los conceptos, descubra los hechos y se apropie de los datos por sí misma. En tal sentido para el desarrollo de esta propuesta didáctica, la intervención del profesor aparece en las siguientes situaciones:

A. En la planificación y diseño de la AHD, es quien crea y selecciona las situaciones educativas, de acuerdo a las características y necesidades de las aprendices.

B. Gestiona los espacios físicos, y recursos materiales a utilizar, verifica previamente el correcto funcionamiento de los equipos y cámaras.

C. Toma decisiones de organización espacios y controla los tiempos de las secciones de trabajo.

D. Da indicaciones claras sobre la mejor manera de manejo de archivos y materiales.

E. Debe crear un clima afectivo, armónico, de mutua confianza entre docente y discente, estimular y al mismo tiempo aceptar la iniciativa y la autonomía de la estudiante, fomenta la participación activa no solo individual sino grupal con el planteamiento de cuestiones que necesitan respuestas muy bien reflexionadas.

F. Su docencia se debe basar en el uso y manejo de terminología que sirva para el desarrollo de procesos mentales, tales como: Clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar y pensar.

G. No pierde su papel de autoridad, ejerce controles.

### **3.8. Categorías de análisis**

Las categorías que determinan los aportes didácticos que ofrece la AHD al profesor se establecieron las siguientes categorías en lo referente a: uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

**3.8.1. Creación y adaptación de materiales educativos.** La principal función con la que fue concebido el material digital estructurado en la AHD es la de ofrecer un entorno para la exploración, la experimentación, la creatividad y favorecer la comprensión y apropiación del solución de triángulos rectángulos a partir de un proceso gradual y bien diferenciado respecto a los diferentes conceptos presentados.

Por lo cual no se deben seleccionar problemas o tareas sin reflexión previa del docente, éstas deben estar sustentadas en el conocimiento de cada uno de las estudiantes, como seres singulares, tanto desde el trabajo individual como en grupo, porque este tipo de acción puede dificultar la comprensión.

Según estudio de Costa, Di Domenicantonio y Vacchino (2010) se afirma que:

El proceso de elaboración de material didáctico, en general, requiere el desarrollo de cinco grandes tareas o fases que pueden representarse del siguiente modo:

- Diseño o planificación del material
- Desarrollo de los componentes.
- Experimentación del material en contextos reales
- Revisión y reelaboración
- Producción y difusión (p.176).

En este caso las fases de: planificación, creación, aplicación y desarrollo, revisión y adaptación de materiales para la AHD fueron realizadas por el mismo autor, que es el profesor de la asignatura, conocedor de los contenidos de la materia y quien mejor conoce las necesidades y dificultades de las alumnas, alcanzadas a partir de su experiencia docente en el aula.

Para diseñar el material estructurado en la AHD para enseñar la solución de triángulos rectángulos aprovechamos una cantidad de recursos digitales disponibles en la web. Los contenidos y actividades se componen de documentos de texto, imágenes, videos, test, entre otros.

Diseño de Actividades de aprendizaje: Se refiere a todas aquellas tareas previstas y planeadas desde la organización de la secuencia didáctica que la alumna debe realizar para llevar a cabo los objetivos de aprendizaje, por ejemplo: Analizar, investigar, diseñar, construir y evaluar.

Si bien la teoría histórico-cultural de Vygotsky (1978) dirige la reflexión y el trabajo de esta investigación, sin embargo, puede ser complementada con actividades de aprendizaje diseñadas a lo largo de la secuencia didáctica pueden ser enriquecidas, adaptadas y complejizadas de acuerdo al contexto y a las necesidades de aprendizaje que surjan en las prácticas de aula.

**3.8.2. Aplicación y uso de los recursos educativos de la AHD.** El material fue concebido para ser usado como material didáctico en cursos presenciales de matemáticas con alumnas que inician grado décimo en la institución educativa Cristo Rey. Desde la teoría socio constructivista los materiales deben usarse para identificar el NRD de la alumna, brindarle la ayuda ajustada para recorrer con sus pares la ZDP y mediar los procesos interpsicológicos del grupo de trabajo.

Desde esta perspectiva los recursos educativos y las actividades diseñadas para la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos, se estructuran en la aplicación AHD en un plan de trabajo llamado SD, basándose en el aprendizaje autónomo y colaborativo en donde cada estudiante va desarrollando los contenidos y actividades planeadas y propuestas por el maestro, esto conducirá progresivamente a la adquisición de los objetivos de aprendizajes.

**3.8.3. Estrategias comunicativas (con herramientas de trabajo colaborativo, autónomo y basado en problemas).** A partir de los usos que se le den a la AHD surgirán estrategias comunicativas que busquen ayudar a superar problemas de comunicación entre los participantes. La comunicación para efectos del análisis de las estratégicas se dividirá en situaciones estudiante-estudiante y situaciones estudiante-docente.

### **3.9.Evaluación de la AHD**

La AHD producto de este ejercicio contó con diversos escenarios de evaluación:

- El primero de ellos a través del test (ubicado al inicio del recorrido) que permitió conocer sus saberes previos.

- El segundo dio cuenta de los avances del aprendizaje por sí mismo o autoevaluación que permanentemente informó sobre los progresos obtenidos y se encontró a lo largo de todo el desarrollo de contenidos.
- El tercero estuvo relacionado con la valoración que hizo la estudiante de la funcionalidad y la pertinencia de cada uno de los componentes de la AHD para el proceso de aprendizaje. (Al final de cada sesión de manera oral)
- El cuarto fue el que hizo el docente a la hora de desarrollar la clase, acerca de las oportunidades didácticas y de sus aprendizajes, tanto comunicativos, metodológicos, didácticos, epistemológicos, como conceptuales del tópico específico, mediante la implementación de las TIC en el aula.

### **3.10. Secuencia didáctica**

Ver anexo 2

#### **4. Análisis e interpretación de resultados**

En cuanto a la pregunta abordada en la investigación sobre qué aportes didácticos ofrece el uso de ayudas hipermediales dinámicas en la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos de educación secundaria en lo referente a creación, uso de la AHD, estrategias comunicativas y adaptación de recursos educativos al contexto en el aula de clase presentamos el siguiente análisis e interpretación de la información obtenida en el proceso de observación en el aula de clase.

##### **4.1 Creación de material educativo**

A continuación, se describen los recursos didácticos creados o vinculados a AHD, para el desarrollo de la Secuencia didáctica en la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos. (Ver Anexo 1).

## 5. Conclusiones

1. El diseño del modelo compuesto por el enfoque pedagógico socioconstructivista, las teorías de aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas, adicionalmente la teoría didáctica de la matemática de Van Hiele para la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos lleva al docente a considerar los saberes previos de los estudiantes y sus maneras de aprender matemáticas junto con sus ritmos de aprendizaje, brindando al docente mayor conocimiento de sus estudiantes para ofrecer diversidad en las actividades de enseñanza.

Según este diseño el docente adquiere nuevos saberes pedagógicos dada cuenta que plantea alternativas de solución al problema de enseñar solución de triángulos rectángulos desde las relaciones entre el enfoque pedagógico, las teorías de aprendizaje y la didáctica de la matemática, de mayor relevancia. Estas relaciones son valoradas con la posibilidad de proyectarlas como criterios de actuación en el aula de clase y evaluación de los saberes de los estudiantes. Dando así al docente criterios para crear recursos educativos, evaluarlos, adaptarlos y presentarlos a los estudiantes en actividades de aprendizaje planteados en una secuencia didáctica donde se proyecta al educador como mediador para ofrecer ayudas ajustadas a sus estudiantes.

El diseño del modelo pedagógico brinda al docente no solo información sino formación y fortalecimiento pedagógico y didáctico a la hora de enfrentar un problema de enseñanza para orientar procesos de aprendizaje en sus estudiantes a partir de actividades orientadas desde las distintas teorías de aprendizaje en el contexto e institucionalidad donde se desarrolla este proceso educativo, lo que brinda al docente mayor solvencia y flexibilidad en la planeación de sus clases.



2. Al crear la AHD para la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos el profesor incorpora e integra a su bagaje de conocimientos los errores que tienen las estudiantes en la aplicación de conocimientos relacionados con la solución de triángulos rectángulos que son propios de grados anteriores y las equivocaciones que cometen en el manejo de las TIC. Lo que permite al maestro crear las condiciones instruccionales necesarias para lograr transformar estas concepciones de manera adecuada y correcta, teniendo en cuenta sus saberes previos y determinando que recursos tecno-pedagógicos son los apropiados para conseguir que las estudiantes se apropien de los temas de una forma guiada, didáctica y secuencial, para lo cual se hace una selección de material educativo digital mediante el filtro conceptual que le permite el diseño del modelo pedagógico. En consecuencia el docente logra desarrollar el conocimiento tecnológico en cuanto a conectividad, manejo del programa Cmaptools, planes de contingencia, redundancia en la información y utilización de diferentes presentaciones del contenido.

Todo lo anterior evidencia un aprendizaje del docente frente al TPAK.

3. El docente crea una secuencia didáctica relacionando los elementos de la AHD en su forma y estructura en el diseño del modelo pedagógico; conoce el diagnóstico de sus estudiantes y tiene en cuenta las zonas de desarrollo real y el tiempo de aprendizaje coherente con sus maneras de aprender con uso de las TIC para que alcancen el conocimiento de la actividad planteada en la AHD por medio del trabajo colaborativo, del aprendizaje autónomo y basado en problemas. Lo que le permite al maestro advertir las diferencias de guiar la clase con estas teorías, ya que, la utilización del tablero es mínima y las explicaciones se hacen siguiendo los contenidos digitales a través de hipervínculos y con la interacción de las estudiantes.

Se toma la AHD como un todo que provee herramientas en las que se apoya para generar nuevo conocimiento en sus estudiantes y que a su vez sirve de mediadora a la hora de encontrar dificultades a solucionar en el tema, solución de triángulos rectángulos. Así las cosas, el docente aprende a integrar sus saberes tecnológicos antiguos a los recién adquiridos para encontrar las falencias y verificar los recursos que necesita para desarrollar adecuadamente la clase y dar solución a los problemas que se presentan, lo cual realiza siguiendo la forma guiada en que se plasma el diseño del modelo pedagógico en la AHD, valiéndose de los hipervínculos y de las diferentes presentaciones de información que allí se encuentran y en los casos de fallas técnicas, poniendo en marcha los planes de contingencia que están basados en el reemplazo de computadores, verificaciones de conexión, posibilidad de trabajar sin internet e información redundante.

4. El proceso de enseñanza y aprendizaje de la solución de triángulos rectángulos se beneficia con la utilización de la AHD a través de las teorías de aprendizaje que se aplicaron, lo cual se evidencia, en los buenos resultados en cuanto a la apropiación de los temas por parte de los estudiantes y a la evolución en las formas de aprender y enseñar en el aula de clase.

### **5.1. Conclusión general**

La creación y uso de la AHD para la enseñanza de la solución de triángulos rectángulos muestra las habilidades que aprende y crea el docente de tipo didáctico de contenidos y de manejo de recursos tecnológicos, que le permite aprovechar el nivel de desarrollo real que tienen las estudiantes y manejar sus ritmos y formas de aprender matemáticas, lo cual evidencia se evidencia en como la relación comunicativa cambia en el desarrollo de la clase, aprende entonces

el docente a cambiar los criterios en cuanto a la preparación de los temas y el desarrollo de estos en el aula por medio de recursos que se pueden adaptar y dar alternativas para mejores resultados de aprendizaje. Así las cosas, la AHD proporciono al docente conocimiento didáctico del contenido, proveyó diferentes formas de dar un mismo temario utilizando las TIC como (videos, prácticas online, test virtuales), contribuyó a conocer a las estudiantes y sus ritmos de aprendizaje de la matemática y a integrar la tecnología con el aprendizaje.

## 6. Referencias bibliográficas

- Acosta Luévano, R. M. (2015). *Las tecnologías de la información y del conocimiento (Tic), como mediadores digitales desde la psicología de la educación virtual*. Obtenido de <http://recursos.portaleducoas.org/sites/default/files/VE14.029.pdf>
- Amador, J. F. (2013). *Ayudas Hipermediables Dinámicas (AHD) en los Proyectos de Aula con TIC, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Arreaga, D., De la Fuente, L., Pardo, A., & Kloos, C. (2010). Adaptación de material educativo guiada por IMS Learning Design: experiencias con LRN RIED. *Revista Iberoamericana de educación a distancia*, 13(2), 209-235.
- Artigue, M. (26-30 de Junio de 2011). *La educación matemática como un campo de investigación y como un campo de práctica: Resultados, Desafíos*. (CIAEM, Editor)  
Obtenido de XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática:  
[https://campusvirtual.univalle.edu.co/moodle/pluginfile.php/544630/mod\\_resource/content/1/Comunidad%20de%20Practica.pdf](https://campusvirtual.univalle.edu.co/moodle/pluginfile.php/544630/mod_resource/content/1/Comunidad%20de%20Practica.pdf)
- Brusilovsky, P. (1996). Methods and techniques of adaptive hypermedia. *User Modeling and User Adapted Interaction*, 6(2-3), 87-129.
- Burger, W., & Shaughnessy, M. (Junio de 1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48. Obtenido de <https://www.jstor.org/stable/749317>
- Cabrera, E. (2008). *La colaboración en el aula: Más que uno más uno*. . Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

- Cacheiro, M. (Julio de 2011). Recursos educativos TIC de información, colaboración y aprendizaje. *Revista de Medios y Educación*, 69-81. Obtenido de <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/61451-185594-1-PB.pdf>
- Campoy, T., & Araújo, E. (2009). *Técnicas e instrumentos cualitativos de recogida de datos* . Obtenido de [https://mestrado.prpg.ufg.br/up/97/o/T%C3%A9cnicas\\_e\\_instrum.\\_cualitat.Libro.pdf](https://mestrado.prpg.ufg.br/up/97/o/T%C3%A9cnicas_e_instrum._cualitat.Libro.pdf)
- Cardozo-Cardone, J. (2010). Los aprendizajes colaborativos como estrategia para los procesos de construcción de conocimiento. *Educación y Desarrollo Social*, 4(2), 87-103.
- Cerda, H. (1991). EL Plan Operativo en una Investigación. En H. Cerda, *Los elementos de la investigación* (págs. 224-234). Bogotá: El Buho. Obtenido de <http://postgrado.una.edu.ve/metodologia2/paginas/cerda6.pdf>
- Cole, M., & Engestrôm, Y. (1993). A cultural-historical approach to distributed cognition. En G. Salomon, *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations* (págs. 1-46). Cambridge: Cambridge University Press.
- Coll, C. (Diciembre de 2008). *Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades*. Obtenido de Boletín de la Institución Libre de Enseñanza : [http://www.ub.edu/ntae/dcaamtd/Coll\\_en\\_Carneiro\\_Toscano\\_Diaz\\_LASTIC2.pdf](http://www.ub.edu/ntae/dcaamtd/Coll_en_Carneiro_Toscano_Diaz_LASTIC2.pdf)
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I., & Zabala, A. (1993). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.
- Costa, V., DiDomenicantonio, R., & Vacchino, M. (Marzo de 2010). Material educativo digital como recurso didáctico para el aprendizaje del Cálculo Integral y Vectorial. *Revista Iberoamericana de educación matemática*(21), 173-185.

Crowley, M. L. (1987). *The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought*.

Obtenido de

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.456.5025&rep=rep1&type=pdf>

Díaz, B., & Hernández, R. (2002). *Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo*.

Bogotá: McGraw Hill.

Duque, P. A., Vallejo, S., & Rodríguez, J. (2013). *Prácticas pedagógicas y su relación con el desempeño académico*. (Tesis de Maestría): Universidad de Manizales, Manizales.

Fouz, F., & Donosti, B. (2005). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*.

Obtenido de <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>

García, M. (2011). *El vídeo como herramienta de investigación. Una propuesta metodológica para la formación de profesionales en Comunicación*. Obtenido de

<http://www.cesfelipesecondo.com/revista/articulos2011/Monica%20Garcia.pdf>

Gil, H. (Enero de 2017). *Proyecto apropiación y uso pedagógico de las TIC en los procesos de enseñanza - aprendizaje en la institución educativa Laura Vicuña*. Obtenido de

<http://ielauravicuna.edu.co/wp-content/uploads/2015/06/APROPIACI%C3%93N-PEDAG%C3%93GICA-DE-LAS-TICS.pdf>

Goetz, J. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.

Gonçalves, D. (2011). *La reflexión sobre el proceso de aprendizaje propio*. Girona: Burgos.

González, S., & López, A. (Noviembre de 2015). *Colección de tesis y propuesta de investigación en TICs: Un recurso para su análisis y estudio*. Obtenido de

<https://www.researchgate.net/publication/289307955>

- Gros, B., & Contreras, D. (2006). La alfabetización digital y el desarrollo de competencias ciudadanas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42, 103-125. Obtenido de file:///C:/Users/Usuario/Downloads/rie42a06.pdf
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta ed.). México D.F.: McGraw - Hill.
- Huertas, R. (2009). Formación de la autonomía a través del aprendizaje estratégico. *Revista Aporte Santiaguino*, 2(2), 321-331.
- Johnson, D., Johnson, R., & Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- López, C. (2011). El papel del color en los espacios inmateriales: Caso en una interfaz histórica. *Razón y Palabra*, 16(75). Obtenido de [http://www.razonypalabra.org.mx/N/N75/varia\\_75/varia3parte/39\\_Lopez\\_V75.pdf](http://www.razonypalabra.org.mx/N/N75/varia_75/varia3parte/39_Lopez_V75.pdf)
- López, C., & Duarte, P. (2009). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele. *Revista Educación y Pedagogía*, 18(45), 109-118.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education*, 41(3), 3-11.
- Martín, J., & Trigueros, C. (2016). Mensajería instantánea y construcción compartida de significados: una experiencia de aprendizaje colaborativo en el Prácticum de Maestro de Educación Primaria. *Revista de Educación a Distancia*(51), 11-15.
- Ministerio de Educación Nacional . (30 de Junio de 2017). *Colombia aprende*. Obtenido de Boletín Siempre Día E: [https://diae.mineducacion.gov.co/siempre\\_diae/documentos/2016/166572000015.pdf](https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2016/166572000015.pdf)

- Montaño, J. F., García, J. L., & Bedoya, H. S. (2015). *La indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediables Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas: Problem-based learning. *Theoria*, 13, 145-157. Obtenido de <http://www.ubiobio.cl/theoria/v/v13/13.pdf>
- Moust, J., Bouhuijs, P., & Schmidt, H. (2007). EL aprendizaje basado en problemas: guía del estudiante. *REDU: Revista de docencia universitaria*, 9(1).
- Navarro, O., & Rojas, S. (Enero de 2010). *Mediación tecnológica para el desarrollo de habilidades de observación en estudiantes de Psicología: un enfoque socioconstructivista*. Obtenido de Perfiles Educativos: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982010000100004](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982010000100004)
- Ochoa, R. (1994). *Hacia una pedagogía del conocimiento*. Bogotá: McGraw-Hill.
- Onrubia, J. (1999). Enseñar: crear Zonas de Desarrollo Próximo e intervenir en ellas. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé, & A. Zabala, *EL constructivismo en el aula* (págs. 101-124). Madrid: Graó.
- Pozo, J., & Monereo, C. (2001). El aprendizaje estratégico. *Docencia Universitaria*, 2(2), 1.
- Rocío, A. D. (2013). *Los caminos del Saber, Matemáticas 10*. Bogotá: Santilla S.A.
- Rodríguez, L. (2004). *La teoría del aprendizaje significativo*. Obtenido de <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>



- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 12(1), 45-56. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/13272084.pdf>
- Rowland, T., & Turner, F. (2007). Developing and using the 'Knowledge Quartet': A framework for the observation of mathematics teaching. *The Mathematics Educator*, 10(1), 107-124.
- Sánchez, J. (2004). Bases constructivistas para la integración de TICs. *Enfoques institucionales*, 75-99. Obtenido de [http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/enfoques/08/Sanchez\\_Ilabaca.pdf](http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/enfoques/08/Sanchez_Ilabaca.pdf)
- Shulman, L. (Febrero de 1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.
- Shulman, L. (1988). The dangers of dichotomous thinking in education. *Reflection in teacher education*, 31-39.
- Shulman, L. (2004). *The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach*. San Francisco : CA: Jossey-Bass.
- Smith, D., & Neale, D. (1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and teacher education*, 5(1), 1-20.
- Torp, L., & Sage, S. (1998). *El aprendizaje basado en problemas: Desde el jardín de infantes hasta el final de la escuela secundaria*. Buenos Aires : Amorrortu-editores.

- Usiskin, Z. (1991). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry - Final Report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project*. Chicago: University of Chicago, Department of Education.
- Valenzuela, J. (2000). Los tres "autos" del aprendizaje estratégico en educación a distancia. *Revista de la escuela de graduados en educación*, 1(2), 3-11.
- Vallejo, A. (1999). Aplicación de un procedimiento basado en la zona de desarrollo próximo en la evaluación de dos grupos de niños en tareas matemáticas. *Revista de educación*(9).
- Vité, H. (2012). *Ambientes de aprendizaje*. Obtenido de Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo: <http://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/huejutla/n4/e1.html>
- Vizcarro, C., & Juárez, E. (s.f.). Capítulo 1. ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas? En *La metodología de Aprendizaje Basado en Problemas* (págs. 9-32). Madrid: Universidad Autónoma de Madrid. Obtenido de [http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO\\_MURCIA.pdf](http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf)
- Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. En M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, *Mind and Society: The Development of Higher Psychological Processes* (págs. 79-91). Cambridge: MA: Harvard university press.
- Vygotsky, L. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard university press.
- Zamorano, A. (2015). *La práctica de la enseñanza de las matemáticas a través de las situaciones de contingencia*. (Tesis doctoral) Barcelona: Universidad autónoma de Barcelona, Barcelona.

Zimmerman, B. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. *Handbook of self-regulation*, 13-39.