

LAS FASES DE APRENDIZAJE PROPUESTAS POR VAN HIELE EN LA
CONSTRUCCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL CUBO

SABINA MARÍA MORA GAVIRIA
MARÍA JOHANNA VALENCIA RUIZ

UNIVERSIDAD TECNOLÒGICA DE PEREIRA
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÒN, DEPARTAMENTO DE
PSICOPEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL
PEREIRA
2012

LAS FASES DE APRENDIZAJE PROPUESTAS POR VAN HIELE EN LA
CONSTRUCCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL CUBO

SABINA MARÍA MORA GAVIRIA
MARÍA JOHANNA VALENCIA RUIZ

Trabajo de grado para optar el título de Licenciatura en Pedagogía Infantil

Asesor
Héctor Gerardo Sánchez Bedoya
Magister en Comunicación Educativa

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, DEPARTAMENTO DE
PSICOPEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL
PEREIRA
2012

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Pereira, ____, ____, ____

AGRADECIMIENTOS

No es posible expresar nuestro agradecimiento sin antes darle gracias a Dios que hizo posible la culminación de este proyecto para obtener un logro y un título; en segunda instancia agradecerles a todas las personas que nos brindaron apoyo tanto moral como conceptual, entre esas personas están:

A **HECTOR GERARDO SÁNCHEZ**, nuestro profesor y asesor de este proyecto, por la paciencia frente a las diferentes preguntas que se le plantearon, por sus valiosos aportes, por su tiempo y por último por habernos acompañado hasta la culminación de este proyecto.

También agradecimientos a todos los compañeros de investigación y a los profesores de la facultad de ciencias de la educación, quienes abrieron todas las puertas necesarias para llegar a concretar esta propuesta.

Les agradecemos a todos los estudiantes de grado 4º, la docente y directivos de la Institución Educativa San Vicente de Paúl por la disposición y la participación en la estrategia didáctica.

Y por último agradecerles a nuestras familias ya que fueron las personas encargadas de darnos el estudio y aportaron logros significativos para la elaboración de este proyecto.

CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	6
INTRODUCCIÓN	7
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
2. OBJETIVOS	11
2.1 objetivo general	11
2.2 objetivos específicos	11
3. REFERENTE TEÓRICO CONCEPTUAL	12
3.1 marco teórico del macroproyecto	18
4. METODOLOGÍA	36
4.1 técnicas e instrumentos de recolección de información	37
4.2 procedimiento de recolección de datos	38
4.3 procedimiento y análisis de datos	40
5. ANÁLISIS DE INFORMACIÓN	45
6. DISCUSIÓN E INTERPRETACIÓN	72
7. CONCLUSIONES	78
8. RECOMENDACIONES	79
9. BIBLIOGRAFÍA	80
10. ANEXOS	83

RESUMEN

La presente investigación fue realizada el Segundo semestre de 2012, comprendido entre los meses de Agosto y Diciembre, aplicando las estrategias de mediación en la Institución Educativa Anexa San Vicente de Paul en el grado 4-A en Santa Rosa de Cabal y tiene como objetivos.

1. Estudiar las estrategias empleadas por el docente teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo, implementadas en el grado 4-A de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal.

2. Categorizar las estrategias empleadas por el docente teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo, implementadas en el grado 4-A de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal.

3. Analizar las estrategias empleadas por el docente teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo, implementadas en el grado 4-A de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal.

El fundamento teórico conceptual de esta investigación está constituido por la teoría de los niveles de Visualización y Análisis, y el método de las fases de aprendizaje de los esposos Van Hiele y la teoría del Piaget. La metodología de investigación de este trabajo es de enfoque cualitativo interpretativo, en la cual se producen datos descriptivos y estos deben ser interpretados de forma clara y concreta. Para determinar el método de las fases de aprendizaje, se utilizara el diseño metodológico de estudio de caso cualitativo donde se considera la realidad del contexto natural y educacional donde ocurre y facilita la focalización de la investigación, en el proceso evidenciado frente al individuo y la estrategia de mediación que está recibiendo. Como estrategia de recogida de datos se utilizaron grabaciones, fotografías y anotaciones continuas de la investigadora pasiva. Por otra parte, para determinar los niveles de razonamiento, se empleara el diseño metodológico de pretest y postest, mediante un instrumento debidamente valido por juicios de expertos. Los aspectos de validez y confiabilidad, se abordaran a través de diversas estrategias. Construcción rigurosa de instrumentos de recogida de datos, análisis de los instrumentos e interpretación de los datos.

INTRODUCCION

En la educación son muchos los procesos y fases que se presentan al momento de interactuar con los educandos, las cuales se han venido documentando con el pasar de los años, pero que siempre han estado presentes de manera innatas al momento de compartir los conocimientos con cada una de las generaciones y etapas vividas por la humanidad. Razón por la cual el currículo escolar en el caso de Colombia se ha clasificado por diferentes áreas según la ley general de educación en el artículo 23, en el cual se contempla como área fundamental el desarrollo de las matemáticas como una de las áreas que ha contribuido al desarrollo lógico de las estudiantes.

Las matemáticas dentro de su estructura se han organizado por procesos generales y por pensamientos. Dentro de los procesos generales encontramos el razonamiento, la ubicación, entre otros. Esos procesos han sido categorizados como las competencias generales a desarrollar en todos los estudiantes, de igual manera están organizados por pensamientos (numérico, métrico, espacial, variacional).

De estos pensamientos, el presente trabajo se ha centrado en el desarrollo del pensamiento espacial razón por la cual a continuación se encontrará ocho capítulos quedaran parte a la realización de este trabajo.

Para el planteamiento del problema argumentaremos y sustentaremos de acuerdo a unos trabajos de grado también proyectados hacia al aprendizaje, pues nos permitirá evidenciar que problema se presenta en lo referente al pensamiento espacial en las niñas de grado 4 de primaria. De esta forma llegaremos a la pregunta de investigación, la cual tendrá sus debidos objetivos y unos procedimientos a seguir.

De esta manera se planteara unos objetivos que nos ayudaran a mirar el rumbo de la investigación, generando inicialmente un objetivo general y a través de este unos objetivos específicos, que nos ayudaran a la realización de las debidas conclusiones.

En cuanto al referente teórico conceptual, encontraremos inicialmente unos antecedentes que al comienzo nos sirvieron de gran ayuda para encaminar la investigación. A nivel general mostraremos dos marcos teóricos en la cual ,el primero trataremos el marco teórico del macro proyecto ya que allí se evidencia

los aportes realizados por los esposos Van Hiele y Piaget. Seguido a este el marco teórico que unifica la teoría anterior con la propuesta planteada en el presente proyecto.

Para el siguiente capítulo podrá observar que la metodología allí presentada sustenta el enfoque que tiene la presente investigación la cual hace referencia a lo cualitativo interpretativo y la manera en la cual se recogieron los instrumentos de la investigación, con la población trabajada.

Seguidamente se presenta un análisis completo acerca del procedimiento que se tuvo en cuenta para la prueba inicial, las estrategias de mediación y para la prueba final. Allí se evidencian los hallazgos obtenidos de cada uno de ellos, obteniendo información oportuna para el siguiente capítulo que consiste en la interpretación de estos análisis, presentando así la unificación entre estos tres procesos de la investigación.

Unas debidas conclusiones que nos llevan a mostrar si los objetivos inicialmente planteados se evidencian durante este proceso de investigación.

Para finalizar daremos como punto final unas debidas recomendaciones que le permitirán tanto al lector como al investigador apoyarse de ellas para la aplicación de la propuesta.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desde nuestra posición como practicantes, hemos experimentado, desde hace varios años los problemas que surgen para la enseñanza de la geometría para el grado 4° de primaria, muchas de las limitaciones que nuestros estudiantes manifiestan son generados por la didáctica empleada por el docente, quien en oportunidades utiliza estrategias que contribuyan a desarrollar el pensamiento espacial, entre estos aspectos tenemos la caracterización y construcción acerca del cubo. Así mismo, el tipo de enseñanza que emplea el docente depende de las concepciones que él tiene sobre que es un cuerpo geométrico, como se aprende, como y para que se enseña.

Para muchos docentes la preocupación principal es alcanzar a dar los contenidos en el año, por tal motivo dan a conocer a los alumnos la definición de un cuerpo geométrico, su representación, en que se clasifica y como se construye, reduciendo así las clases a una especie de glosario matemático.

Es de evidenciar en el aula de clase, como lo sustenta en el trabajo de “enseñanza de geometría” presentado por varios autores como Formeliano, Méndez, Villarroel, Baspiñeiro, Aparicio, Correa y Palma, que las dificultades para comprender las generalidades de los cuerpos geométricos se refuerza didácticamente por la presentación casi exclusiva de representaciones repetidas. Las figuras geométricas se representan siempre en las mismas posiciones, el cuadrado solo puede representarse apoyado en un lado, ya que si la figura se apoya en un vértice ya pasa a llamarse rombo, estas representaciones hace que el estudiante piense que la posición también sea una de las características de la figura y que en otras construcciones o situaciones no pueda reconocerlas fácilmente. Sin embargo, que un estudiante aprenda geometría va más allá de que pueda reconocer, nombrar y representar figuras y cuerpos, sino que debe favorecer la búsqueda de relaciones entre sus elementos, a través de la observación, comparación y construcción. Debe verbalizar y escribir las relaciones que descubre, proponer conjeturas sencillas que con los otros alumnos y el docente discutirán y validarán durante la clase de matemática.

Es así como se vuelve indispensable que los educadores utilicen el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes con el fin de hacer más fácil la orientación del aprendizaje de los educandos en el aula y al mismo tiempo destacar en ellos sus potencialidades preparándolos no solo en su vida escolar o profesional sino también en su vida personal.

Las estrategias de enseñanza que se han venido implementado, han sido de alta complejidad por su memorización, que provocan la falta de interés por parte de los estudiantes, ya que no se ajustan a su nivel de abstracción y al mundo que le rodea. En este sentido el docente juega un papel muy importante pues es el encargado de mejorar la calidad de aprendizaje, para que los estudiantes comprendan y apliquen el pensamiento espacial en situaciones de su contexto. A partir de esto se plantea la necesidad de que los estudiantes aprendan mediante estrategias didácticas, adecuadas para la caracterización y construcción del cubo. Teniendo como referente los anteriores planteamientos, se ha formulado la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo influyen las fases de aprendizaje teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo a través de estrategias didácticas implementadas en el grado 4ºA de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal?

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL:

Interpretar las estrategias didácticas del docente teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo, implementadas en el grado 4ºA de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal

2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Estudiar las estrategias empleadas por el docente teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo, implementadas en el grado 4ºA de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal
- Categorizar las estrategias empleadas por el docente teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo, implementadas en el grado 4ºA de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal
- Analizar las estrategias empleadas por el docente teniendo en cuenta los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje de Van Hiele, en la construcción y caracterización del cubo, implementadas en el grado 4ºA de la Institución Educativa San Vicente de Paul de Santa Rosa de Cabal

3. REFERENTE TEÓRICO CONCEPTUAL

ANTECEDENTES

Para este proyecto se tuvieron en cuenta tres trabajos afines, los cuales permitieron tener mayor claridad acerca de los niveles de visualización y análisis, las fases de aprendizaje de los esposos Van hiele y la creación de la estrategia didáctica con relación a la caracterización y construcción del cubo, a continuación se presentará una pequeña descripción de lo que se trata cada proyecto o tesis, en relación con lo dicho anteriormente.

TÍTULO: competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros

AUTORES: Cesar Augusto Morales Chávez y Ramón Majé Floriano

OBJETIVOS

Objetivo general

Contribuir al desarrollo del pensamiento espacial y los niveles de la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de grado 7° de la educación básica secundaria, a partir del estudio de cuadriláteros y el uso de la geometría dinámica.

Objetivos específicos

- Analizar referentes bibliográficos del contexto internacional y del Ministerio de Educación Nacional tales como los lineamientos curriculares, estándares de competencias y textos, en la formación y desarrollo del pensamiento espacial.
- Establecer el estado actual acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría para el desarrollo del pensamiento espacial en la institución Educativa José Eustasio Rivera del municipio de Pitalito.
- Establecer el nivel de desempeño de los estudiantes en el pensamiento espacial.
- Construir una aproximación a la fenomenología histórica y didáctica de los cuadriláteros

- Describir e interpretar la utilidad de la geometría dinámica como mediación en el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes.
- Establecer los referentes teóricos y metodológicos de una propuesta didáctica.

METODOLOGÍA

Goetz y Lecompte (citados por Vílchez, 2007) afirman que la investigación educativa tiene como finalidad prioritaria apoyar los procesos de reflexión y crítica para tratar de mejorar la enseñanza y el aprendizaje. En ese sentido el proyecto de investigación centra la atención en una investigación de tipo aplicada, porque su finalidad radica en realizar una intervención a un problema práctico de la educación matemática, específicamente, en el ámbito de la didáctica de las matemáticas, y de esta manera contribuir al mejoramiento de los procesos pedagógicos en la educación básica.

En virtud de lo anterior y dado que el problema y objeto de estudio apuntan a analizar el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes, el proyecto de investigación opta por un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo e interpretativo. El proceso de diagnóstico a través de la interacción con los actores implicados y la descripción e interpretación de la información recolectada permitió la formulación de una propuesta didáctica que se constituye en un elemento más en el proceso de reflexión, crítica y argumentación sobre los hallazgos obtenidos durante la investigación.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este apartado se establecen las principales conclusiones obtenidas a partir de los objetivos específicos de la investigación, los cuales permiten determinar el alcance de los propósitos y el objetivo general de la misma. De igual manera, se determinan las principales contribuciones de tipo teórico y didáctico y se perfilan sugerencias de continuidad para el estudio.

En relación con el análisis de los referentes bibliográficos, se logró una aproximación a los antecedentes de la investigación, esto permitió ampliar el horizonte de estudio y delimitar el área de investigación. En ese sentido se puede concluir que:

- Todos los trabajos analizados en la etapa de antecedentes exponen como temas recurrentes la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, razón por la cual le subyace el desarrollo del pensamiento espacial. Además existe una tendencia marcada respecto a la incorporación de nuevas tecnologías de la información y la comunicación, en particular el software de geometría dinámica.
- Se evidencian como temas emergentes o poco tratados los relacionados con los niveles y fases de aprendizaje según la propuesta de Van Hiele implementados sobre el objeto matemático cuadriláteros y en el que se incluyan software de geometría dinámica.
- A nivel regional se evidencia la escasa investigación en didáctica de las matemáticas referidas al problema de interés. En ese sentido el presente estudio ayuda a fortalecer los procesos investigativos en la línea de didáctica de las matemáticas en el que se muestran de manera reflexiva y crítica los problemas del contexto escolar en torno a la enseñanza y el aprendizaje de los cuadriláteros.

TITULO: “sobre los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y la formación de profesores en activo”

AUTOR: María Candelaria Afonso Martin

OBJETIVOS:

1. Diseñar e implementar y evaluar un programa de formación de profesores de matemáticas en activo, que utilizara las competencias didácticas derivadas de las modelizaciones de Van Hiele
2. Analizar las competencias didácticas de los profesores, antes y después de cursar el programa de formación
3. Analizar la predisposición de los mismos hacia el uso de las citadas modelizaciones, después de cursar el programa de formación.

METODOLOGIA:

La investigación no se enmarca en un paradigma único, sino que se sitúa en dos perspectivas:

La interpretativa, la cual se pretende conseguir una mayor comprensión de las situaciones y relaciones establecidas, a la vez que permite dar respuesta a los

interrogantes de cómo los sujetos perciben, interpretan, modifican y construyen los objetos matemáticos considerados.

La analítica, con el fin de reducir el fenómeno que se estudia a dimensiones objetivables, susceptibles a efectos de medición, análisis estadístico y control experimental.

En cuanto a la finalidad, consideramos que nuestro estudio se trata de una investigación aplicada, ya que tratamos de resolver un problema práctico: estudiar la influencia que un programa de formación, basado en la perspectiva de la teoría de Van Hiele tiene para los profesores en el desarrollo de su práctica profesional.

Las diferentes técnicas e instrumentos de recogida de la información son de manera resumida: Curso guía por “inmersión” para profesores en activo, guiones de clase (antes y después del curso guía), las entrevistas a los profesores, las videograbaciones de las sesiones de clase (antes y después del curso guía), los test, la producción del profesorado durante el curso guía, los diarios de clase elaborados por los profesores, el diario de la investigadora y las puestas en común.

TÍTULO. Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría.

AUTORA: Netsy Lobo

OBJETIVOS:

Objetivo General: Evaluar la aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la Geometría, mediante el nivel de razonamiento geométrico alcanzado por los estudiantes de la Licenciatura en Educación Mención Básica Integral del Programa de Educación del Núcleo LUZ Punto Fijo.

Objetivos Específicos:

- Elevar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes de la Licenciatura en Educación mención Básica Integral del Núcleo Luz Punto Fijo, mediante la aplicación de la Teoría de Van Hiele en la enseñanza de la Geometría.

- Aplicar la Teoría de Van Hiele en el desarrollo de cada una de las clases de la asignatura geometría.
- Determinar el nivel de razonamiento geométrico alcanzado una vez aplicada la Teoría de Van Hiele.

METODOLOGIA

El diseño de investigación se centró en un proceso exploratorio bajo la modalidad de campo, específicamente en el área de aplicación y evaluación de modelos de enseñanza. La población estuvo representada por los 40 estudiantes de las dos únicas secciones de Geometría del segundo período del año 2001, de la Licenciatura en Educación de la mención Básica Integral. La muestra se conformó con el total de unidades que conformaban la población (40 estudiantes), aleatoriamente dicha muestra se dividió en grupo experimental y grupo control, a este último se le impartieron las clases de Geometría de acuerdo con el enfoque de enseñanza tradicional. El proceso de investigación se inició con el diseño del programa de Geometría de acuerdo al modelo de enseñanza propuesto en la Teoría de Van Hiele. En la segunda etapa se aplicó una prueba diagnóstica para determinar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes que conformaban la muestra al iniciar la asignatura Geometría. La tercera etapa consistió tanto en la aplicación de la Teoría de Van Hiele en las clases de Geometría del grupo experimental, como en la evaluación continua de los logros alcanzados por los estudiantes durante todo el semestre y finalmente se analizaron los resultados obtenidos con ambos grupos.

CONCLUSIONES

El proceso de investigación llevado a cabo, permite presentar las siguientes consideraciones finales:

- Todo docente debe tomar en cuenta el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran los estudiantes, ya que si la enseñanza se lleva a cabo en un nivel de razonamiento geométrico superior, se produce una incomprensión entre los alumnos y el profesor. De esta manera el aprendizaje no será real y lo que se logrará es una memorización de los resultados por parte de los estudiantes, quienes aparentarán un nivel de razonamiento geométrico superior al que realmente poseen. Esto se observa generalmente cuando los alumnos realizan determinadas demostraciones que requieren de un razonamiento formal.

- Una vez que el docente determine el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran sus alumnos, debe planificar y ejecutar diversas actividades que les permitan avanzar al nivel inmediato superior.
- Para evaluar los contenidos de Geometría de acuerdo al modelo de Van Hiele, se deben elaborar los instrumentos de evaluación con ítems que se relacionen con las características de cada uno de los niveles del mismo.
- Al evaluar la aplicación de este modelo en la realidad educativa nacional, se verificó que es muy efectivo para elevar el nivel de razonamiento geométrico de los alumnos. Sin embargo, existen otros modelos de enseñanza que también se pueden adaptar al Sistema educativo venezolano, ya que finalmente el objetivo principal en nuestro caso es mejorar la enseñanza de la Matemática en el país.

3.1 MARCO TEORICO DEL MACROPROYECTO

El desarrollo de las competencias que tienen que ver con el pensamiento espacial, conocidas generalmente dentro de los contenidos de geometría, en los últimos años ha tenido un abandono en su desarrollo dentro del currículo escolar colombiano. Quizás por su formalismo o generalización a través de expresiones algebraicas, o por la falta de conocimiento de estrategias didácticas que le permita al maestro hacer de su proceso de enseñanza y aprendizaje más significativo para el estudiante, en fin son muchos los factores que pueden intervenir en este planteamiento. El desconociendo del aporte que brinda la capacidad espacial al desarrollo de las representaciones mentales, influye notablemente en el pensamiento lógico matemático. Por otra parte, durante muchos años el trabajo de la geometría se ha minimizado al conocimiento de las figuras, dibujos, diagramas, etc. Como instrumentos de ayuda para facilitar los conceptos geométricos.

Sin embargo, en las últimas investigaciones tomadas por Ángel Gutiérrez (1998) se afirma que en todos los campos de las matemáticas escolares, el aprendizaje y la enseñanza resultan más fáciles y profundos cuando se evita la abstracción innecesaria y se apoya en la representación o modelización, en donde los estudiantes pueden observar, construir, modelar y transformar. Pero aquellas representaciones que se están usando en las aulas de clase son tomadas de libros que representan figuras bidimensionales que sin dudar le supone a los estudiantes una dificultad adicional en el proceso de comprensión; dado que las representaciones resultan demasiado complejas para los estudiantes, trasmitiéndoles los conceptos de forma parcial, o lo que es peor, generando concepciones erróneas y representaciones inadecuadas.

Al respecto Piaget e Inhelder (Piaget e Inhelder 1956, p. 18) plantean la distinción entre percepción y representación. La percepción es el conocimiento de los objetos desde un contacto directo con ellos, en cambio, la representación o imaginación implica la evocación de los objetos en su ausencia o cuando corre paralelo a la percepción en su presencia. Así, la representación mental de una figura, es decir, su imagen, es vista como una imitación interna de acciones.

NOCIÓN DE ESPACIO:

El espacio es el entorno de todos, con el cual se puede interactuar de diversas formas; según Piaget "el espacio lo constituye aquella extensión proyectada desde el cuerpo, y en todas direcciones, hasta el infinito"(Piaget Jean, 1958).

El niño asciende a la estructuración espacial a través de un proceso de desarrollo. En primer lugar localiza los objetos con relación a sí mismo y solo más tarde desarrolla un sistema de coordenadas objetivas por medio de las cuales puede

manipular números, objetos en el espacio a través de un sistema de direcciones fijas (Piaget e Inhelder, 1956 y Bower 1974).

COMO SE DESARROLLA LA NOCIÓN DE ESPACIO EN EL INFANTE

Para Piaget, adquirir la noción espacial está intrínsecamente ligado a la adquisición del conocimiento de los objetos y a través del desplazamiento de éstos que el niño de meses empieza a desarrollarlo. El objeto está aquí y luego ahí, se mueve y cambia, se aleja al igual que la mano que lo sostiene y ambos le muestran distancias, acomodados, desplazamientos y rotaciones, mientras desarrolla sus actividades de juego (Cruz Torres Erica).

En la teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial, de Esperanza Osaidita Alderete, se expone las consideraciones generales del “libros las representaciones del espacio en el niño” de Piaget e Inhelder (1956), el cual se ocupa de conocer cómo surgen en el desarrollo ontogénico las relaciones espaciales, topológicas, proyectivas y euclidianas.

La autora resalta tres aspectos fundamentales de la teoría de Piaget del conocimiento espacial:

1. En el marco teórico piagetiano el conocimiento no viene dado “a priori” surgiendo de la mera percepción, sino, que ha de irse elaborando poco a poco, jugando un papel decisivo en la actividad del sujeto. El conocimiento del espacio proviene del principio de la actividad sensorio motriz, y, posteriormente a un nivel representativo, la actividad real o imaginada, irá flexibilizando, coordinando y haciendo reversible las imágenes espaciales para convertirlas en operaciones.
2. Se establecen tres tipos de relaciones espaciales, topológicas, proyectivas y euclidianas. Las propiedades topológicas tienen en cuenta el espacio dentro de un objeto o figura particular, y comprenden relaciones de proximidad, separación, orden, cerramiento y continuidad. Por el contrario los espacios proyectivo y euclidianos, consideran los objetos y sus representaciones, teniendo en cuenta a las relaciones ente esos objetos de acuerdo con sistemas proyectivos, (espacio proyectivo) o de acuerdo con ejes de coordenadas (espacio euclidiano y métrico) el desarrollo ontogénico de estas relaciones sigue un orden inverso al desarrollo epistemológico, ya que el niño primero desarrollo espacio topológico, tanto en el nivel de la acción, como en el nivel de la representación, las

relaciones proyectivas y Euclidianas, se desarrollan paralelamente, aunque el equilibrio de la segunda se consiguen mas tarde.

Como en el resto de los aspectos del desarrollo intelectual, también en los referentes al conocimiento espacial nos encontramos con tres grandes periodos o estadios: periodo sensoriomotor, periodo de las operaciones concretas (que se subdivide, a su vez, en un subperiodo preoperativo y otro de operaciones concretas propiamente dichas), y periodos de las operaciones formales.

I. Estadio sensorio-motor

Desde el nacimiento hasta aproximadamente un año y medio a dos años. En tal estadio el niño usa sus sentidos (que están en pleno desarrollo) y las habilidades motrices para conocer aquello que le circunda, confiándose inicialmente en sus reflejos y, más adelante, en la combinatoria de sus capacidades sensoriales y motrices. Así, se prepara para luego poder pensar con imágenes y conceptos.

II. Estadio preoperatorio

El estadio preoperatorio es el segundo de los cuatro estados. Sigue al estado sensorio motor y tiene lugar aproximadamente entre los 2 y los 7 años de edad.

Este estadio se caracteriza por la interiorización de las reacciones de la etapa anterior dando lugar a acciones mentales que aún no son categorizables como operaciones por su vaguedad, inadecuación y/o falta de reversibilidad.

Son procesos característicos de esta etapa: el juego simbólico, la centración, la intuición, el egocentrismo, la yuxtaposición y la irreversibilidad (inhabilidad para la conservación de propiedades).

DESARROLLO COGNITIVO Y PROGRESIÓN EN EL APRENDIZAJE

Las primeras nociones de posición relativa que aprenden los niños pequeños son las de encima, debajo, detrás, delante, entre. Más tarde pueden usar rejillas rectangulares para localizar objetos y medir la distancia entre puntos según direcciones horizontales y verticales. Las experiencias con el sistema de coordenadas rectangulares serán útiles a medida que resuelven una variedad de problemas de geometría y álgebra. En los niveles superiores de primaria y en secundaria el sistema de coordenadas puede ser útil para explorar y descubrir propiedades de las figuras. Encontrar distancias entre puntos del plano usando escalas en mapas es importante en estos niveles.

Las investigaciones psicológicas muestran que el niño va estructurando sectores más amplios del espacio a medida que incrementa la magnitud de sus propios desplazamientos. Brousseau distingue tres valores de la variable “tamaño del espacio” con el que interactúa el sujeto. Estos valores implican modos diferentes

de relaciones con los objetos incluidos en ese sector del espacio y, en consecuencia modelos conceptuales diferentes para orientar la acción del sujeto. Esta variable interesa segmentarla en tres valores: microespacio, mesoespacio y macroespacio, cuyas características describimos a continuación Gálvez, G. (1985).

EL MICROESPACIO:

Corresponde a un sector del espacio próximo al sujeto y que contiene objetos accesibles tanto a la visión, como a la manipulación. En este sector el sujeto puede mover el objeto o bien moverse a sí mismo prácticamente en cualquier dirección. El juego de desplazamientos de sujeto y objeto, permite reestablecer cualquier perspectiva, mediante inversiones o compensaciones de las transformaciones anteriores. Puesto que todas las posiciones relativas entre sujeto y objeto son igualmente posibles y fáciles de obtener la percepción del objeto puede ser caracterizada como exhaustiva. Por otra parte, el sujeto obtiene una información abundante e inmediata de los resultados de las acciones que ejerce sobre el objeto. El sujeto controla plenamente sus relaciones espaciales con el objeto, debido a la abundancia de recursos de transformación con que cuenta.

En el microespacio el dominio de las relaciones con el objeto se adquiere a través de un proceso largo y difícil, pero bastante temprano (según los trabajos de Piaget). Este proceso se realiza “espontáneamente”, en el sentido de que no requiere de intervención intencional (institucional) para producirse, aunque sí oportunidades para ejercitar las manipulaciones de que el sujeto va siendo capaz. Posteriormente, el trabajo escolar impone cierta reestructuración del microespacio al introducir dos direcciones ortogonales para orientar el papel (y otros materiales) sobre el pupitre.

EL MESOESPACIO:

Es una parte del espacio accesible a una visión global, obtenida a partir de percepciones sucesivas, pero con desfases temporales mínimos. Contiene objetos fijos, no manipulables. Como un ejemplo de mesoespacio, podemos citar el espacio que contiene a un edificio, que puede ser recorrido por el sujeto tanto interior como exteriormente.

En este sector del espacio, puesto que los objetos permanecen fijos, funcionan como puntos de referencia para el sujeto (en nuestro ejemplo, los muebles, puertas, paredes), mientras que el sujeto sí puede desplazarse, pero con restricciones, derivadas de dos condiciones:

1. La posición erecta del sujeto, que genera una experiencia diferencial respecto a las direcciones horizontal y vertical. Estas constituyen las direcciones básicas para la organización del mesoespacio.
2. La necesidad de acomodar los desplazamientos en función de la localización de los objetos. Resultan de aquí trayectos obligados, como los determinados por corredores o escaleras, que implican la diferenciación de espacios vacíos y llenos.

Podemos decir que el mesoespacio es el espacio de los desplazamientos del sujeto. La experiencia está aquí restringida a los puntos de vista obtenibles a través de los desplazamientos posibles del sujeto, manteniendo su postura erecta. Esto no significa que sea imposible para el sujeto adoptar otras perspectivas, sino que, en la medida en que éstas no son usuales, no contribuyen significativamente a la estructura del mesoespacio.

Para organizar sus desplazamientos dentro del mesoespacio el sujeto necesita orientarlo, atribuyéndole tres dimensiones respecto a un sistema de referencia fijo. También le ha atribuido extensión, con lo que las distancias entre objetos pasan a tomar una relevancia de la que carece el microespacio. Los ángulos son muy importantes, puesto que están a la base de cambios de perspectiva muy económicos, que corresponden a giros del sujeto mientras conserva su posición (giros que incluso puede efectuar moviendo solamente su cabeza)

EL MACROESPACIO

Corresponde a un sector del espacio cuya dimensión es tal que sólo puede abarcarse a través de una sucesión de visiones locales, separadas entre sí por desplazamientos del sujeto sobre la superficie terrestre. En el macroespacio es imposible obtener una visión global simultánea del sector del espacio con el que se interactúa, a menos que el sujeto se eleve en el aire, experiencia a la que raras veces se recurre para estructurar el espacio terrestre a nivel de experiencia cotidiana.

Al igual que en el mesoespacio, en el macroespacio los objetos permanecen fijos, es el sujeto el que se desplaza. Para orientar sus desplazamientos debe construir una representación global del macroespacio, ligando sus visiones parciales para recuperar la continuidad del espacio recorrido. La conceptualización es

imprescindible para la construcción de una imagen de conjunto, inaccesible a la percepción directa.

DESARROLLO HISTÓRICO DEL MODELO DE VAN HIELE PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

La Teoría de Niveles de Van Hiele, fue desarrollada por Pierre María Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof en disertaciones doctorales separadas en la Universidad de Utreht en Holanda en 1957. Usiskin (1991) relata el desarrollo histórico de esta teoría, donde indica que Dina, murió poco después que su disertación fue terminada, por lo cual fue Pierre el que ha explicado el trabajo. Entre los años 1958 y 1959, éste escribió tres ensayos, que recibieron poca atención en Occidente, pero fueron aplicados en el desarrollo de currículos por la academia soviética Pyshkalo desde 1968. Freudenthal, el mentor de Van Hiele, publicó la teoría en su muy conocido libro *La matemática como una labor educacional* en 1973. A través de Freudenthal y los soviéticos, el trabajo de Van Hiele llamó la atención de Wirszup, quien fue el primero en hablar de la Teoría de Van Hiele en Occidente en el año 1974. Posteriormente, los ensayos de Wirszup, generaron interés y auge con los trabajos de Hoffer, Burger, Geddes y Senk (Usiskin, 1991).

BASES PSICOLÓGICAS DEL MODELO DE VAN HIELE

El trabajo de Dina consiste en el desarrollo de nuevos métodos de enseñanza, y Pierre Van Hiele incorpora a la teoría, las interacciones que ocurren en un salón de clases.

Los Van Hiele se interesaron en la enseñanza real de las matemáticas y no proporcionaron ningún relato psicológico detallado de la enseñanza de las matemáticas, sin embargo sus propuestas tienen arraigadas bases psicológicas. Por ejemplo, la cognición para Pierre procede, recursivamente de la construcción de una percepción global, hasta la formación de una estructura mental, su progresiva diferenciación y con su reestructuración final a una nueva estructura mental. Para los Van Hiele, así como para la psicología Gestalt, no existen objetos aislados ni conceptos “per se”, al contrario, todas las entidades existen en un contexto, una estructura en términos de Pierre Van Hiele. En este punto, Pierre no proporciona una definición de estructuras, en cambio explica algunas de sus características, describe tipos de estructuras y da algunos ejemplos.

La formación de las estructuras mentales demanda cambios rápidos entre momentos receptivos y activos. Los momentos receptivos permiten la absorción de las estructuras espontáneas que emanan de los materiales. Durante los momentos activos el individuo se concentra en el análisis y modificación de estas estructuras.

EI APRENDIZAJE Y LAS ESTRUCTURAS MENTALES SEGÚN VAN HIELE

El aprendizaje, para los Van Hiele, citados por Shaughnessy y Burger (1985), es una diferenciación y reestructuración progresiva de campos que produce estructuras mentales nuevas y más complejas. Los niveles altos son alcanzados si las reglas que rigen a las estructuras más bajas se han hecho explícitas y han sido estudiados, llevando ésto, al desarrollo de estructuras mentales mucho más complejas.

El desarrollo mental se produce a medida que el estudiante transforma gradualmente sus estructuras (transtructuración) o sustituye una estructura por otra (reestructuración). La transtructuración ocurre, por ejemplo, cuando las estructuras visuales originales son transformadas gradualmente en estructuras abstractas. Momentos en los cuales una reestructuración ocurre son: (a) una reestructuración del campo de observación que lleva a la integración de varias estructuras que han sido desarrolladas independientemente y (b) la solución de un problema que exige varias estructuras.

Por otro lado, la intuición es para Pierre Van Hiele, un mecanismo clave que permite a los estudiantes visualizar campos diferentes (estructuras en su terminología) los cuales permiten construir conceptos más complejos. Él utiliza la idea Gestalt de que la intuición puede ser entendida como el resultado de la percepción de una estructura y sugiere que está caracterizada por las siguientes propiedades:

1. La intuición requiere adecuación, ya sea a una nueva situación o dentro de una estructura establecida. Esta adecuación demanda un mecanismo social que establezca criterios de objetividad.
2. La intuición requiere intención, es decir, la persona actuará en concordancia con la estructura percibida y no de otra manera.
3. La intuición no puede ser planeada.

El cultivo de la intuición debe enfocarse en el desarrollo de la habilidad de los estudiantes para ver las estructuras como parte de otras estructuras superiores, o como parte de estructuras más inclusivas.

Como se puede percibir en los párrafos anteriores, Van Hiele sugiere que el aprendizaje es un proceso que recursivamente progresa a través de niveles discontinuos de pensamiento (saltos en la curva de aprendizaje), que puede ser mejorado por un procedimiento didáctico adecuado. Parte del hecho de que existen varios niveles de aprendizaje geométrico y que el paso de un nivel al siguiente debe ocurrir a través de una secuencia de estados de instrucción.

LOS NIVELES DE VAN HIELE

Según este modelo, el razonamiento geométrico se desarrolla en una secuencia de niveles, en la que cada nivel es un refinamiento del anterior y está caracterizado por un lenguaje particular, por unos símbolos y unos métodos de inferencia específicos. Debido a las particularidades de cada nivel, la instrucción es más efectiva si está cuidadosamente dirigida a cada uno.

Los niveles de razonamiento describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que va desde el razonamiento intuitivo de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias. De acuerdo con el modelo de van Hiele si el aprendiz es guiado por experiencias instruccionales adecuadas, avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como todos (nivel 1), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5). Los niveles se clasifican, según Gutiérrez y Jaime, (1996), como sigue:

1. Nivel 1 (de Reconocimiento Visual o Visualización). Las figuras son juzgadas por su apariencia.
2. Nivel 2 (de Análisis o Descripción). Las figuras son mensajeros de sus propiedades.
3. Nivel 3 (de Clasificación y Relación o Teórico). Las propiedades son ordenadas lógicamente.
4. Nivel 4 (de Deducción Formal o Lógica Formal). La Geometría es entendida como un sistema axiomático.
5. Nivel 5 (de Rigor). La naturaleza de la lógica formal, en la cual los sistemas axiomáticos son estudiados.

Como se indicó al comienzo, las raíces de este modelo están presentes en los trabajos de Piaget, aunque con diferencias relevantes según Graterol y Andonegui

(2003), aún cuando en ambos casos se admite la existencia de varios niveles de pensamiento. En este sentido, tenemos:

1. Piaget piensa que el paso de un nivel de pensamiento a otro es función del desarrollo; Van Hiele, del aprendizaje; la preocupación de éste estriba en cómo estimular el progreso de un nivel al siguiente.
2. Piaget no veía la existencia de estructuras en un nivel superior como resultado del estudio de un nivel inferior. En el modelo de Van Hiele sólo se alcanza el nivel superior si las reglas que gobiernan el nivel inferior han sido hechas explícitas y estudiadas, convirtiéndose así en una nueva estructura.
3. Piaget no da importancia al lenguaje en el paso de un nivel al otro. En Van Hiele, cada nivel desarrolla su propio lenguaje característico.

En relación a esto, es importante subrayar que el progreso en la comprensión de los conceptos geométricos siempre se produce desde el primer nivel, y de manera ordenada, a través de los niveles siguientes. Para que los estudiantes se desempeñen adecuadamente en uno de los niveles avanzados deben haber dominado los niveles previos. No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles ya que cada nivel lleva asociado un lenguaje y el paso de un nivel al siguiente se produce en forma continua y pausada.

A continuación se presenta una descripción resumida de las principales características de los cinco niveles de razonamiento, citado por Gutiérrez y Jaime, (1996):

Nivel 1 (Reconocimiento). Aquí los conceptos geométricos son considerados como entes globales más que como entes con componentes y atributos. Las figuras geométricas se reconocen por su forma, por su apariencia física y no por sus partes y propiedades. El alumno aprende algo de vocabulario, identifica diferentes figuras y reproduce una figura dada. Por ejemplo, un estudiante reconocerá el dibujo de un rectángulo pero quizás no sea consciente de muchas propiedades de los rectángulos.

Nivel 2 (Análisis). En este nivel comienzan a analizarse los conceptos geométricos, aparecen propiedades que permiten conceptualizar los tipos de figuras. Se reconoce que las figuras geométricas tienen partes o elementos, e incluso las figuras pueden ser reconocidas por sus partes, aunque no identifican las relaciones entre ellas. Por ejemplo, el estudiante identifica un rectángulo como un polígono dotado de un número de propiedades matemáticas: tiene 4 lados paralelos dos a dos, con 4 ángulos rectos, con diagonales iguales, etc. Pero no se da cuenta que algunas propiedades están relacionadas con otras. El razonamiento propio de este nivel incluye el descubrimiento y la

generalización de propiedades a partir de la observación de unos pocos casos; así, si les pide la demostración de la propiedad de que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , los estudiantes de este nivel se limitarán a dibujar uno o dos triángulos y a medir sus ángulos. La deducción de las propiedades se hace mediante la experimentación. Se generalizan dichas propiedades a todas las figuras de una misma familia.

Nivel 3 (Clasificación). En este nivel se realizan clasificaciones lógicas de los objetos y se descubren nuevas propiedades con base en propiedades o relaciones ya conocidas y por medio de razonamiento informal; por ejemplo, el estudiante en este nivel clasifica los cuadriláteros a partir de sus propiedades y reconoce que cualquier cuadrado es un rectángulo pero que no todos los rectángulos son cuadrados. El alumno entiende y puede reproducir una demostración formal, no compleja, cuando se le va explicando paso a paso, pues sólo necesita la implicación directa entre una situación y otra. Sin embargo, no comprende en su totalidad el significado de la deducción de las demostraciones o el papel de los axiomas.

Nivel 4 (Deducción Formal). En este nivel se comprende ahora la relación existente entre términos indefinidos, axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones, así como el papel que desempeñan dentro de la geometría. Aquí el estudiante tiene capacidad para realizar razonamientos lógicos formales, construye sin tener que memorizar las demostraciones, desarrolla demostraciones de más de una forma, entiende la interacción de las condiciones necesarias y suficientes. Asimismo puede comprender la existencia de diferentes definiciones de una figura, analizarlas y relacionarlas.

Nivel 5 (Rigor). En este último estadio, el alumno puede trabajar en distintos sistemas axiomáticos; pueden ser estudiadas las geometrías no Euclídeas y se pueden comparar los diferentes sistemas. La Geometría se estudia desde un punto de vista totalmente abstracto.

DESCRIPTORES CARACTERÍSTICOS DE LOS NIVELES DE VAN HIELE

Considerando todo lo expuesto en líneas precedentes, el proceso de determinación de la ubicación de un alumno en un determinado nivel del Modelo de Van Hiele, como lo establece Pérez (2003), debe centrarse en indagar la presencia de los descriptores característicos de dichos niveles que son:

Los descriptores característicos para cada nivel son:

Nivel 1 (Visualización). En este nivel los alumnos: Manejan objetos reales observados globalmente y como unidades.

Identifican figuras o relaciones geométricas en: dibujos, en conjuntos determinados, con orientaciones variadas y en objetos físicos que rodean al alumno.

Describen figuras geométricas por su aspecto físico.

Diferencian o clasifican en base a semejanzas y diferencias físicas globales entre ellos.

Crean formas: usando papel cuadriculado, papel isométrico, geoplanos, etc., construyendo figuras con fósforos, palillos, plastilina, etc.

Utilizan vocabulario geométrico para hablar de las figuras o describirlas, acompañado de otros términos de uso común que sustituyen los geométricos.

Trabajan con problemas que pueden ser resueltos manipulativamente. Realizan actividades de manipular, colorear, doblar, cortar y modelar figuras.

Nivel 2 (Análisis). En este nivel los alumnos:

Identifican y comprueban relaciones entre elementos de una figura. Recuerdan y usan vocabulario apropiado para los elementos y sus relaciones. Comparan dos figuras de acuerdo a las relaciones entre sus componentes. Clasifican figuras de acuerdo a ciertas propiedades, incluyendo una clasificación de todas las cosas de una clase y de las que no están en ella. Identifican y dibujan figuras dando indicaciones de sus propiedades.

Descubren propiedades de figuras específicas, empíricamente y generalizan propiedades para esa clase de figura.

Describen una clase de figuras en términos de sus propiedades.

Resuelven problemas geométricos por el conocimiento y uso de propiedades de figuras o por intuición.

Formulan y usan generalizaciones acerca de propiedades de figuras mediante comprobaciones en uno o pocos casos.

Nivel 3 (Deducción Informal). En este nivel los alumnos:

Relacionan propiedades de una figura entre sí o con otras figuras. Establecen un mínimo número de propiedades para describir una figura. Desarrollan y usan definiciones para explicar el porqué de una clase de figura. Utilizan diagramas que permiten hacerse una idea del razonamiento.

Siguen razonamientos geométricos buscando en ellos algunos pasos que falten.

Descubren nuevas propiedades usando razonamientos deductivos.

Usan el dibujo y cierta información para justificar conclusiones con relaciones lógicas. (Dar argumentos informales).

Suministran situaciones para dar más de una explicación o aproximación.

Trabajan y discuten situaciones que presenten proposiciones y sus inversas.

Nivel 4 (Deducción Formal). En este nivel los alumnos:

Establecen la necesidad de los términos indefinidos, definiciones y suposiciones básicas.

Reconocen características de una definición formal (condición necesaria y suficiente) y equivalencias de definiciones.

Prueban en una axiomática el marco de relaciones que se trataron informalmente en el nivel.

Prueban relaciones entre un teorema y proposiciones relacionadas (recíproco, inverso y contraejemplo).

Establecen interrelaciones entre una red de teoremas.

Comparan y contrastan diferentes demostraciones de teoremas.

Crean demostraciones de un sencillo conjunto de axiomas, usando frecuentemente un modelo para sustentar los argumentos.

Dan argumentos deductivos formales pero no investigan los axiomas entre ellos mismos ni comparan sistemas axiomáticos.

Nivel 5 (Rigor).

En este último nivel los alumnos: Trabajan en distintos sistemas axiomáticos.

Estudian las geometrías no Euclídeas y pueden comparar los diferentes sistemas.

Desarrollan la Geometría desde un punto de vista totalmente abstracto.

FASES DE APRENDIZAJE DEL MODELO DE VAN HIELE

Van Hiele sostiene, según Usiskin (1991), que su teoría tiene una propiedad que establece, que la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; se da bajo la influencia de un programa de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, mientras que los niveles de razonamiento nos orientan acerca de cómo secuenciar y organizar el currículo geométrico de una forma global, el objetivo de las Fases de Aprendizaje es favorecer el desplazamiento del alumno(a) de un nivel al inmediatamente superior mediante la organización de las actividades de

enseñanza y aprendizaje. Estos dos elementos, la teoría y el método, ha permitido que el modelo tuviera una influencia real en la elaboración de currículos de geometría en distintos países.

La organización de las actividades de enseñanza y aprendizaje del método de fases de aprendizaje, comprende una secuencia precisa de cinco fases o estados de aprendizaje, resumidos como sigue.

Fase Primera: Información. Su finalidad es la de obtención de información recíproca profesor-alumno. El propósito de la actividad a realizar es doble, que el profesor conozca los conocimientos que los alumnos poseen del tópico a tratar y que los alumnos sepan qué dirección se dará al estudio a realizar, los tipos de problemas que se vayan a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, etc.

Fase Segunda: Orientación Dirigida. Los alumnos exploran el tópico a estudiar empleando los materiales que el profesor secuencia cuidadosamente. Van Hiele (1986) señala esta fase como fundamental, ya que en ella se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente y si las actividades se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento del nivel superior. El propósito es guiar a los estudiantes a través de la diferenciación de nuevas estructuras basadas en aquellas observadas en la primera fase.

Fase Tercera: Explicitación. Su objetivo es que los estudiantes sean conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y que consoliden el vocabulario propio del nivel. En esta fase es fundamental el diálogo entre los estudiantes, con intervenciones del profesor cuando sea necesario. Este debate entre compañeros enriquecerá notablemente el conocimiento de cada estudiante, pues los obliga a organizar sus ideas y expresarlas con rigor, pone de relieve los métodos y resultados incorrectos y afianza los correctos. El profesor es ahora cuando introduce todo el lenguaje técnico. Van Hiele condiciona el entendimiento real al éxito de esta fase.

Fase Cuarta: Orientación Libre. En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores, y generalmente, más complejos. Las actividades deben permitir resolver situaciones nuevas con los conocimientos que adquirieron previamente. No deben orientarse a la consecución de ningún objetivo básico de ese nivel, puesto que éstos ya se deben haber obtenido en la segunda fase. Son adecuadas situaciones abiertas, en las que el estudiante pueda explorar diversas posibilidades pero siempre utilizando lo que aprendió anteriormente.

Fase Quinta: Integración. Los estudiantes revisan y resumen en esta fase lo que han aprendido, con el objetivo de formarse una visión general del nuevo conjunto de objetos y relaciones construidas. El profesor puede ayudar a realizar esta síntesis, pero sin introducir nada nuevo.

Resumiendo las características fundamentales de cada fase tenemos: en la primera se pone a discusión del alumno (a) material clarificador del contexto de trabajo. En la segunda fase se proporciona material por medio del cual el alumno/a aprenda las principales nociones del campo de conocimiento que se está explorando. El material y las nociones a trabajar, se seleccionarán en función del nivel de razonamiento de los alumnos (as). En la tercera fase conduciendo las discusiones de clase, se buscará que el alumno/a se apropie del lenguaje geométrico pertinente. En la cuarta fase se proporcionará al alumno/a materiales con varias posibilidades de uso y el profesor/a dará instrucciones que permitan diversas formas de actuación por parte de los alumnos (as). En la quinta fase se invitará a los alumnos (as) a reflexionar sobre sus propias acciones en las fases anteriores. Como resultado de esta quinta fase, los autores entienden que el alumno/a accede a un nuevo nivel de razonamiento. El estudiante adopta una nueva red de relaciones que conecta con la totalidad del dominio explorado. Este nuevo nivel de pensamiento ha sustituido al dominio de pensamiento anterior.

Cómo lo establece Braga (1991), de la revisión de los trabajos realizados a nivel internacional sobre el modelo de Van Hiele, se puede deducir también un conjunto de principios de procedimiento, entendidos éstos como "normas dirigidas al profesor indicándole actitudes en su trabajo", estas se resumen así:

1. El profesor(a) partirá del hecho de que los estudiantes poseen un almacén significativo de concepciones y propiedades de los objetos materiales.
2. El profesor(a) procurará, a partir de la experiencia previa de los alumnos(as) (es decir, de la observación de figuras concretas), que formen estructuras geométricas, y pondrá en relación estas observaciones con una forma "geométrica" de verlas.
3. El profesor(a) diseñará actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula teniendo en cuenta el nivel lingüístico y de razonamiento de los alumnos(as).
4. El profesor(a) procurará conocer de qué forma es estructurado el espacio espontáneamente por los alumnos/as, para, partiendo de esa percepción, diseñar actividades que permitan al estudiante construir estructuras visuales

geométricas y por último razonamiento abstracto. Para ello el profesor/a modificará progresivamente el contexto en el que aparecen los objetos en una dirección matemática alejándose del empirismo.

5. El profesor(a) estará atento a la adquisición del "insight" por parte de los alumnos(as), para lo cual es necesario que el diálogo sea la pieza clave de la enseñanza. El profesor(a) animará a los alumnos/as a hablar acerca de los conceptos geométricos y a desarrollar un lenguaje expresivo, respetando en un primer momento sus propias expresiones y lenguaje, para ir introduciendo progresivamente el lenguaje geométrico.

6. El profesor(a) procurará conocer el correlato mental de las palabras y conceptos que utilizan los alumnos/as y que él necesita, por medio de actividades diseñadas a tal fin y por medio del uso continuo del diálogo en el aula.

7. El profesor(a) diseñará actividades de clarificación y complementación de dicho correlato mental que permitan que éste coincida con el significado de la palabra en la disciplina.

8. El profesor(a) fomentará el trabajo consciente e intencional de los alumnos/as con la ayuda de materiales manejables. El material ha de poseer el fundamento del desarrollo lógico de la geometría y ha de ser auto correctivo.

9. El profesor(a) permitirá a los alumnos/as trabajar con material concreto sólo cuando sea necesario para construir la teoría. El periodo de acumulación de hechos de forma inductiva no debe ser prolongado demasiado. El alumno(a) debe y puede usar la deducción.

DEL ESPACIO AL PLANO

Una representación plana perfecta es la que transmite al observador la misma cantidad de información que el cuerpo tridimensional real al que representa. Desgraciadamente, ninguna forma de representación plana de cuerpos espaciales es perfecta, por lo que es necesario que los estudiantes sean capaces de manejar varias de ellas, para poder seleccionar la más adecuada en cada caso. Parzys (1988) plantea la existencia de diversos niveles de representación de un sólido geométrico (entendido como el objeto teórico caracterizado por su definición matemática formal), a los cuales corresponden diferentes cantidades de información perdida. El primer nivel corresponde a las formas de representación próximas a los sólidos, representaciones 3-dimensionales como los modelos de

madera, papel o varillas. Incluso en estos casos, se pierde información porque, por ejemplo, en los modelos de madera no se pueden ver las diagonales interiores del sólido. El segundo nivel de representación corresponde a las formas de representación más alejadas de los sólidos, representaciones bidimensionales. Además, parte de la información que se conserva se debe a que, tanto al hacer la representación plana como al interpretarla, se han compartido determinados códigos y claves, por lo que determinados datos objetivos se interpretan siempre de la misma forma. Esto es lo que Parszyz (1988) llama “restitución del significado”. La ignorancia de estos códigos, característicos de cada tipo de representación plana, hace que se produzca una lectura errónea de las representaciones planas. Por lo tanto, una parte central del aprendizaje de los métodos técnicos de representación plana consiste en el aprendizaje explícito de los convenios implícitos y los significados de las claves en que se basa cada método.

Para dibujar representaciones isométricas, es necesario diferenciar los tres planos ortogonales en los que se sitúan las caras de los cubos de un módulo y asociar a esos planos las posiciones de los rombos que representan isométricamente las caras de los cubos del módulo, coordinando las elecciones de las tres posiciones de los rombos para evitar incongruencias en la representación.

La utilización de representaciones ortogonales codificadas supone un cambio significativo de estrategias respecto de las no codificadas. Cuando los estudiantes han comprendido el significado de los números que aparecen en las proyecciones, este tipo de representación tiene dos ventajas que lo hacen más fácil que las proyecciones no codificadas para construir los sólidos representados: 1) Los estudiantes saben desde el principio cuántos cubos tienen que utilizar, por lo que los ajustes de las diferentes proyecciones del sólido se hacen sólo moviendo cubos, sin añadir o quitar. 2) Cuando se construye un módulo que se ajusta a una de las proyecciones, es bastante alta la probabilidad de que, con muy pocos cambios, este módulo se ajuste también a la(s) otra(s) proyección(es) representada(s).

A pesar de esto, para la mayoría de los estudiantes de primaria persiste la dificultad de coordinar las distintas proyecciones de una representación ortogonal codificada cuando tratan de construir el sólido representado. Nuestras investigaciones indican que a partir de 4º curso los estudiantes empiezan a ser capaces de coordinar las proyecciones en casos sencillos o con ayuda del profesor, y que es en 8º curso cuando la mayoría de los estudiantes son ya capaces de construir por sí mismos los sólidos a partir de sus proyecciones ortogonales, si bien todavía se presentan, con carácter general, ciertas dificultades

en los casos más difíciles. En los cursos superiores las dificultades desaparecen al poco tiempo de iniciada la enseñanza sistemática de estas formas de representación.

Demasiado a menudo las lecciones sobre el espacio son bidimensionales y estáticas. Sólo dibujos lineales. Creo firmemente que se necesita tocar y manipular objetos reales para poder comprenderlo por completo. Muchos alumnos habrán construido un cubo alguna vez en su paso por la escuela y lo habrán hecho casi seguro a partir de una red con forma de cruz. Puede llegar hacer revelador para ellos darse cuenta que puede conseguirse a partir de otras redes. Es muy instructiva una investigación para buscar todos los hexaminós y el subconjunto de los que pueden plegarse para hacer un cubo. En la figura dos pueden observarse algunos de los 11 hexaminós que forman una red de la que se obtiene un cubo.



Para el profesor es conveniente que busque formas de cortar un cubo por la mitad y construir las formas correspondientes. Debe observarse que esta actividad resulta valiosa para todas las edades en proceso de enseñanza y aprendizaje. No hay nada mejor que construir y manipular objetos reales. Una construcción que siempre tiene éxito, con cualquier grupo de edad, es construir las dos mitades de un tetraedro, e intercambiarlas entre los compañeros para tratar de poner las piezas juntas de nuevo. Los alumnos más capaces pueden hacer su propio desarrollo impreso sobre una cartulina para que los alumnos menos capaces puedan conseguir algún éxito.

Un cubo o hexaedro regular es una figura geométrica compuesta por seis cuadrados iguales -dicho de modo más técnico, es un poliedro de seis caras cuadradas congruentes- que le proporcionan valor tridimensional.

También se le conoce como uno de los sólidos platónicos o sólidos pitagóricos, un grupo de poliedros convexos cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cuyos vértices se unen igual número de caras. Evidentemente, estos nombres son un homenaje a los sabios griegos Platón y Pitágoras, que fueron los primeros que los estudiaron. A cada uno de los lados de cada cuadrado que lo forma se le denomina arista y, precisamente, éstas tienen un papel esencial a la hora de calcular tanto su área como su volumen. La primera se define como todo el

espacio que queda encerrado entre los límites de la figura, mientras que el volumen es la cantidad de espacio tridimensional que ocupa un objeto.

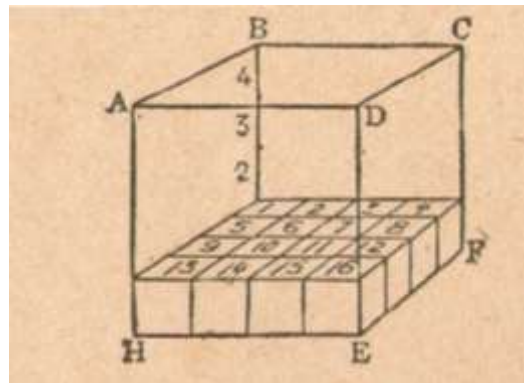
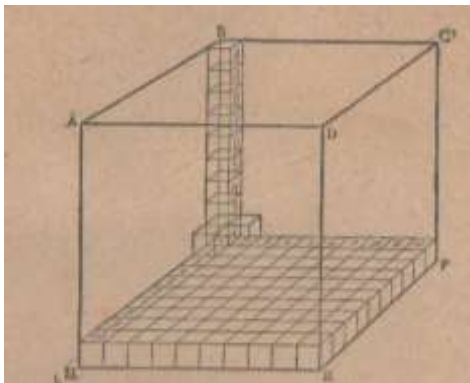
Los sólidos platónicos, son cuerpos geométricos caracterizados por ser poliedros convexos cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cuyos vértices se unen el mismo número de caras.

Reciben estos nombres en honor del filósofo griego platón, al que se atribuye haberlos estudiado en primera instancia.

Las particulares propiedades de estos poliedros son conocidas desde la antigüedad clásica, hay referencias a unas Bolas Neolíticas de piedra labrada encontradas en Escocia 1000 años antes de que platón hiciera una descripción detallada de los mismos en los elementos de Euclides. Se les llegaron a atribuir incluso propiedades mágicas o mitológicas.

Por otro lado el principio de Arquímedes explica la naturaleza de la flotabilidad:

Siguiendo el pensamiento del Bruner, quien elabora un modelo evolutivo de desarrollo conceptual que toma en cuenta las formas de representación enactiva (donde los alumnos manipulan materiales directamente), icónica (en que trabajan con imágenes de objetos, sin manipular los mismos) y simbólica (en que estrictamente se manejan símbolos, sin apelar a imágenes ni objetos), Dienes crea materiales y juegos variados para el tratamiento inicial de ideas lógicas y matemáticas.



4. METODOLOGÍA

La investigación se sitúa en el enfoque Interpretativo de origen constructivista (Denzin y Lincoln, 2000), la finalidad de la investigación es la comprensión de los fenómenos, teniendo en cuenta el contexto como parte fundamental de su interpretación y donde los aspectos singulares de lo estudiado son importantes para comprender el sentido de las relaciones que se establecen.

El diseño es un estudio de caso único sencillo, el cual se refiere según Stake (2007) al estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes¹, donde se profundiza en las estrategias didácticas del docente, fundamentadas en los niveles de visualización y análisis y las fases de aprendizaje propuesta por Van Hiele en una clase de matemáticas.

La unidad de observación, análisis e interpretación, son las fases de aprendizaje que aplica el docente en una propuesta didáctica para el desarrollo del pensamiento espacial.

El grupo que conformó la unidad de trabajo son 23 estudiantes con una edad que oscila entre los 9 y 10 años, y dos docentes, del grado 4-A de la institución educativa Anexa San Vicente de Paúl del municipio de Santa Rosa de Cabal.

¹ STAKE, Robert. Investigación con estudios de caso. Editorial Morata. Madrid. 2007. P. 11

4.1 TECNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE INFORMACIÓN

Instrumentos.

Los instrumentos utilizados para desarrollar la investigación serán presentados de forma secuencial como lo observaremos a continuación:

- La prueba inicial, mostró cómo estaban antes de recibir la propuesta de mediación las estudiantes en cuanto a la caracterización y construcción del cubo.
- El registro escrito de la docente pasiva, en el cual mientras una investigadora realizaba las debidas explicaciones de la clase, la otra investigadora escribe lo que estaba pasando.
- Registro fotográfico y de video en momentos de trabajo en grupo.
- La prueba postest, es la parte en la que se comprueba si las estrategias aplicadas anteriormente tuvieron éxito y si hubo un avance o no lo hubo, en cuanto al desarrollo del pensamiento espacial, a lo que refiere a la caracterización y construcción del cubo.

4.2 PROCEDIMIENTO DE RECOLECCION DE DATOS

La propuesta tuvo una duración de 6 horas distribuidas en 4 sesiones, dos sesiones de 2 horas cada una y dos sesiones de 1 hora cada una, durante la cual se encontraba una docente activa quien explicaba y realizaba la clase, y una docente pasiva quien se encargaba de realizar algunas tomas de video cuando las estudiantes se encontraban realizando alguna actividad individual o en grupo, fotos a los trabajos y actividades que iban realizando, y la descripción escrita de cada una de las intervenciones que hacía la docente activa y las estudiantes.

Para poder llevar a cabo la propuesta de mediación, se realizó un pretest y un pretest, al Pretest se le realizó un pilotaje con una niña de la misma edad escolar de la Institución educativa Anexa san Vicente de paul. Este pilotaje se aplicó con el fin de identificar como los estudiantes comprendían cada una de las preguntas presentadas en la prueba y las dudas frente a estos ejercicios; el pilotaje ayudó a modificar algunas de las preguntas, también nos sirvió para determinar el tiempo que los estudiantes emplearían para la realización de la prueba.

El Pretest se aplicó el día 29 de octubre en la Institución educativa Anexa san Vicente de paul, en el grado 4-A a un total de 23 estudiantes. Para esto se le entregó a cada estudiante en formato físico la prueba, lo cual puede ser observada en los instrumentos (ver anexo 1), a partir de esto, cuando la estudiante tuviera el pretest se le daba una explicación en la cual se evidenciara la función y la manera de resolver cada uno de los ejercicios allí propuestos.

Una vez realizado el Pretest se procede a desarrollar la estrategia de mediación, la descripción escrita fue realizada por la docente pasiva, que consistió en ubicarse en varios lugares estratégicos del salón que le permitieran escuchar las intervenciones y preguntas dadas por las estudiantes. En primer lugar se ubicó en el escritorio de la profesora, pues le permitía escuchar con más facilidad la explicación de la docente activa, y de esta manera ir escribiendo también las respuestas, preguntas y comentarios realizados por las estudiantes de 4-A.

A medida que se iba realizando los trabajos en grupo la docente pasiva hacía rondas en el salón y a medida que iban haciendo el trabajo se escribía cada una de sus opiniones, comentarios o preguntas que se hacían entre ellas mismas. De esta manera la docente activa cuando no se encontraba explicando, tomaba el rol de la docente pasiva e iba escribiendo otras intervenciones de grupos que la docente pasiva no se encontraba en ese momento tomando nota.

La estrategia tuvo la siguiente secuencia: en una primera parte se abordó el nivel de visualización con las dos primeras fases, para esto se siguió el orden planteado en la secuencia didáctica, mostrado previamente en los instrumentos. Y en la siguiente parte, se incluyó el nivel de análisis con las siguientes tres fases de aprendizaje, siguiendo igualmente el orden planteado en la secuencia didáctica.

Luego de culminar las estrategias, se procedió a aplicar el postest. El postest se realizó a 23 estudiantes el día 19 de noviembre con una duración de 40 minutos, para esta ocasión se le entregó a cada niña la prueba en formato físico, la profesora iba leyendo cada una de las preguntas e iba resolviendo las dudas que tenían los estudiantes, luego de esto procedían a resolver la prueba.

En la recolección de la información de ambas pruebas tanto del pretest como del postest, se utilizó un formato físico en el cual se basaba en una serie de 17 preguntas y cada una de ellas con su respectivo espacio u opción para seleccionar la respuesta.

4.3 PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS DE DATOS

Los datos del pretest y postest se analizaron con base en una rejilla, en la cual se tabularon los datos arrojados en cada uno de ellos para la realización del respectivo análisis, como lo observaremos a continuación:

Figura 1. Pretest y Postest

Estudiante:			Respuestas		
# ítem	clasificación	# pregunta	nunca	algunas veces	siempre
visualización					
1	comparar y clasificar objetos	1-7-9-17			
2	posee percepción visual global	8			
3	usa las propiedades físicas	3-4-6-12-13-14-15			
4	usa un lenguaje no técnico	2-3-9-10			
5	identifica o describe atributos físicos	8-10			
6	no formula generalizaciones	13-15			
7	reproduce figuras a partir de modelos	16			
análisis					
1	identifica componentes de un todo pero no las relaciona entre ellas	6-14-15			
2	no diferencia cuerpos de figuras	9			
3	mediante la observación y la experimentación inician a distinguir las características de las figuras	11-12-13			
4	no comprende el valor ni la necesidad de definir	2-5			
5	enuncia una lista de propiedades innecesarias para identificar los objetos geométricos en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes	10			
6	pueden hacer conjeturas mediante la observación	8-12			
7	hace generalizaciones que ejemplifican y comprueban experimentalmente	13-14-15			

De acuerdo con lo planteado anteriormente, se pasara a realizar una explicación sobre las funciones que cumple la rejilla en este proceso investigativo.

En la primera columna, se encuentra el número de indicadores que fueron utilizados para la realización de ambas pruebas. Esto le permitirá al lector una mayor claridad para saber la cantidad de indicadores que se emplearon.

En la segunda columna se expuso la clasificación de las categorías (visualización y análisis) y por cada categoría se evidenciaron unos indicadores que permitieron el análisis tanto de la prueba inicial como de la prueba final, por lo tanto esta columna será de gran importancia para los lectores porque les permitirá un entendimiento adecuado y un pertinente análisis.

por último encontramos una columna donde está la clasificación de las respuestas y esta misma está dividida en tres sub columnas que fueron llamadas de la siguiente manera.

1. NUNCA. En Esta categoría se evaluara los procesos realizados por las estudiantes cuando no realicen los ejercicios planteados en las pruebas.
2. ALGUNAS VECES. Esta clasificación nos permitirá evaluar a las estudiantes en cuanto a que respondan algunas de las preguntas planteadas en las pruebas
3. SIEMPRE. Esta clasificación permite evaluar las preguntas que allí se presenten, ya que deberán responder todas las preguntas correctamente.

Esta rejilla nos permite verificar que gracias a los indicadores presentados y a sus correspondientes preguntas, se realiza un análisis que ayuda a evidenciar los resultados obtenidos en las pruebas iniciales y finales. Por lo tanto, a continuación se mostrará con un ejemplo, pues los guiara a entender con claridad tal fin.

El primer indicador que trata sobre comparar y clasificar objetos de la categoría de visualización, nos permite hacer un análisis frente a las preguntas 1,7,9 y 17 planteadas en las prueba inicial y la prueba final.

Los datos de las fases de aprendizaje se analizaron con base al siguiente cuadro, en la que se tabularon los datos arrojados en cada uno de ellos para la realización del análisis, como lo podremos evidenciar a continuación:

Figura 2. Fases de aprendizaje

#	Fase	Indicador	Descripción
1	Información	<ul style="list-style-type: none"> • Informa a los estudiantes sobre el campo a trabajar • Da a conocer los problemas a resolver • Indaga los conocimientos previos • Averigua el nivel de razonamiento del grupo • Se da a conocer los materiales que se van a emplear 	
2	Orientación dirigida	<ul style="list-style-type: none"> • Propone actividades para que los estudiantes exploren mediante una serie de actividades dirigidas • Los alumnos resuelven problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor • El estudiante descubre, comprende y 	

		<p>aprende los conceptos y propiedades claves</p> <ul style="list-style-type: none"> • El profesor ayuda a superar las dificultades y dirigir el trabajo hacia el objetivo general • Las actividades permiten que el estudiante infiere las estructuras propias de esta fase 	
3	explicitación	<ol style="list-style-type: none"> 1. Realizar actividades que proporcionan a los estudiantes intercambios de experiencias 2. Proporcionar un espacio de reflexión para que los estudiantes expresen sus conclusiones frente al trabajo realizado 	
4	Orientación libre	<ol style="list-style-type: none"> 1. Proporcionar actividades para que los estudiantes apliquen y convine los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más 	

		complicadas. 2. Asigna tareas que preferiblemente lleve a diferentes soluciones	
5	integración	1. Plantear situaciones en las que la estudiante aplique los conocimientos y lenguaje adquirido. 2. Proporcionar una síntesis de todo lo trabajado.	

En el anterior cuadro observado, podemos identificar algunos factores que pueden servir de gran ayuda para el análisis e interpretación de los instrumentos, pues será explicado con mayor claridad a continuación:

En la primera columna se encontraron las cinco fases de aprendizaje información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre y la integración, que serán trabajadas durante toda la propuesta.

Y en la segunda columna encontramos los diferentes indicadores, que nos permitirán analizar e interpretar las intervenciones realizadas por la docente.

5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

5.1 ANALISIS DEL PRETEST

Inicialmente se desarrolla una prueba que determina los procesos en los cuales las estudiantes se encuentran; en consecuencia a tal procedimiento se obtuvieron algunos resultados de tal forma que nos permitiera analizar el nivel de visualización de la teoría de Van Hiele en lo referente a comparar y clasificar objetos pues un poco más de la mitad de las estudiantes contestaron algunos de los ejercicios mientras que un poco menos de la mitad lograron responder las preguntas exitosamente, ya que de acuerdo a las preguntas que allí se planteaban en la prueba a las estudiantes, debían de acuerdo a la imagen que allí se presentaba escoger entre las siguientes plantillas: (A) tetraedro, (B) cubo y (C) octaedro para la realización de un edificio con el cuerpo geométrico el cubo, lo cual debían escoger la opción (B). De acuerdo a la siguiente pregunta en la que a la estudiante se le colocaba una situación problema donde debería, según la imagen allí mostrada, escoger entre: (A) cuadrado, (B) triangulo y (C) equilátero regular para observar cual figura era más parecida a una caja para la construcción de un hospital en la maqueta, lo cual debían elegir la opción (A). Dadas las imágenes de tres cuerpos geométricos, el cilindro, el cubo y la pirámide las estudiante debían copiar en la parte de abajo el nombre de cada uno de ellos. Y por último seleccionar entre los nombres de algunos cuerpos geométricos como (A) esférico, (B) cilíndrico, (C) circular y (D) cúbica el que pertenece a la misma forma de una caja y por consiguiente seleccionar la opción (D).

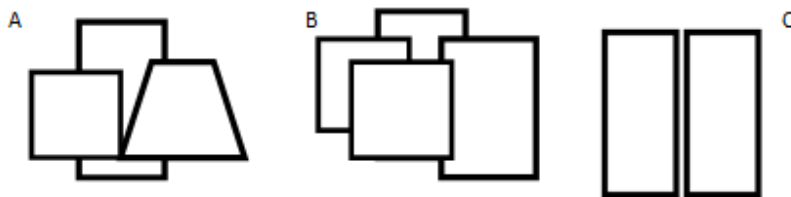
Al proseguir con el análisis del nivel de visualización en lo referente a la percepción visual global de un estudiante, en la prueba pretest que se le realizaba a las estudiantes se les pedía a ellas que en primer lugar observaran tres tipos de figuras: un cuadrado, un rombo y un equilátero regular y de allí escoger la figura que más se adaptara a una caja, a partir de esto a las estudiantes se le preguntaba qué sucedería si se realizara una caja con un rombo, lo cual un poco más de la mitad de las estudiantes no lograron responder la pregunta mientras que un poco menos de la mitad si lograron cumplir el objetivo de esta pregunta, pues la mayoría de las estudiantes no logran tener una percepción visual global ante la pregunta anteriormente mencionada.

Por otra parte, de acuerdo a la variable sobre usar las propiedades físicas, se puede evidenciar que en la prueba se observa varias preguntas donde la totalidad de las estudiantes respondieron algunos de los ejercicios, los cuales consistían en decir cómo se llama la figura que forma la cara de un cubo; que opción escoger entre un triangulo rectángulo, un equilátero regular y un cuadrado para la realización de una caja, lo cual debían de responder la última opción que era el cuadrado; también podemos evidenciar la siguiente situación problema con su respectiva pregunta:

Las estudiantes de grado quinto tomaron la siguiente foto:

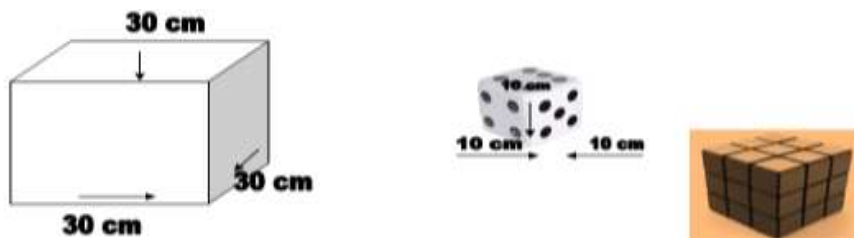


¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a la fotografía?



- a. Las de la figura A
- b. Las de la figura B
- c. Las de la figura C
- d. ninguna figura

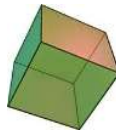
Para las preguntas 12, 13, 14 y 15 las estudiantes básicamente en estas cuatro preguntas tenían que encontrar el volumen del cubo por medio de las imágenes que allí se presentaban, ya que en cada una de estas preguntas la imagen representaba los centímetros de cada cara observada allí, por medio de pequeños cuadros que harían la totalidad de cada uno de sus lados, como lo observaremos a continuación:



Cada uno de los procesos realizados por las estudiantes son analizados desde la teoría de van hiele, y siguiendo su secuencia teórica podemos observar que la estudiante allí, en el pretest, mucho menos de la mitad no logran utilizar un lenguaje técnico, mientras que más de la mitad de las estudiantes contestaron

algunos de los ejercicios utilizando lenguaje técnico como las siguientes expresiones: “cuadrado, cubo, caras, lados”, etc. y unas pocas de ellas contestaron el ejercicio utilizando este tipo de lenguaje. Esto se puede evidenciar ya que en las preguntas 2 y 10, las estudiantes con argumentos debía responder el porqué escogía la respuesta anterior lo cual correspondía a la plantilla que mejor representaría a una caja, y por consiguiente decir las características que conocían del cubo. Debo agregar que en la pregunta 3, como se decía anteriormente, se debía expresar cual es el nombre de la figura de la cara del cubo. De la misma manera en la pregunta final que corresponde a la número 9, consiste en lo siguiente:

9. Escribe el nombre de los que conozcas.



En la pregunta numero 8 y 10 en lo referente a identificar o describir atributos físicos se puede evidenciar que un poco menos de la mitad de las estudiantes no realizan los ejercicios en cuanto a que ellas debían en la pregunta 8 argumentar el porqué la figura anteriormente observada lo cual era un triangulo, no servía para la construcción de una caja, y en la pregunta 10 copiar una serie de características que se podían identificar en el cubo. Si un poco menos de la mitad de las estudiantes no lograron realizar los ejercicios, un poco menos de la mitad de las estudiantes realizaron algunos de los ejercicios allí planteados, y muy pocas estudiantes contestaron las preguntas 8 y 10 correctamente identificando y describiendo atributos físicos del cubo.

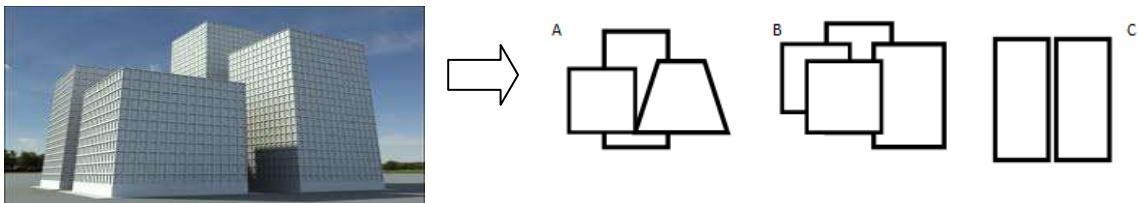
Dentro de este contexto en lo referente a la variable sobre la formulación de generalizaciones, durante el análisis del pretest un poco más de la mitad de las estudiantes no logran la realización de los ejercicios ya que consistía, en primer lugar, en responder cual era el volumen de un cubo representado anteriormente no solo en imagen sino también por medio de ejemplos gráficos en el cual la estudiante podría identificar visualmente cual era la respuesta correcta, ya que allí se daban varias opciones de respuesta secuenciales de la siguiente manera:

- A. 25
- B. 26
- C. 27
- D. 28

Lo cual de acuerdo a la situación que se presentaba en el ejercicio anterior debían responder (C) 27. Para el siguiente ejercicio la estudiante basándose en la misma situación anteriormente nombrada debería responder cual era el ancho, alto y largo de la caja con base a las respuestas pasadas; lo cual menos de la mitad de las estudiantes contestaron algunos de los ejercicios, mientras que muy pocas estudiantes realizan estos dos ejercicios correctamente.

Para finalizar con el nivel de visualización, Van Hiele sustenta y hace referencia a la reproducción de figuras a través de modelos. Durante la prueba identificamos que a través de esta teoría la pregunta numero 16 hace referencia a que la estudiante allí debía seguir una serie de 4 instrucciones, en la cual se dibujaba lo que allí solicitaban, de la forma que allí lo pedían y utilizando el cuerpo geométrico que anteriormente se había representado en dibujos “el cubo”. Lo cual solo un poco menos de la mitad de las estudiantes tuvieron en cuenta estas instrucciones y realizaron el dibujo que allí solicitaban, mientras que un poco más de la mitad de las estudiantes no siguieron las instrucciones y no realizaron el dibujo que allí se pedía.

Ya analizada la prueba pretest desde el nivel de visualización, pasamos al siguiente nivel lo cual corresponde al análisis que tiene el estudiante inicialmente frente a algunos ejercicios como el que encontramos en la prueba, en el que debía observar la foto de unos edificios y desde allí identificar qué imagen, representada en figuras geométricas, era más similar a la fotografía presentada como a continuación lo observaremos:



Lo cual debían contestar la opción B. Es oportuno ahora, hablar sobre la siguiente pregunta donde la estudiante debía, de acuerdo a la siguiente situación problema llegar a la solución:

“si a una caja se le introducen 6 dados y esto se ubican a lo largo de la caja y los dados miden 5 cm de largo, ancho y alto canto mide el largo de la caja”

Lograr identificar que si tienen la medida de un lado saber que el otro lado mediría igual, teniendo conocimiento previo que una de las características del cubo es que sus lados miden igual; y por ultimo de acuerdo a la situación problema anteriormente mencionada decir la medida del ancho y el alto de la caja de acuerdo a la medida encontrada en el largo. Basándonos en la situaciones anteriormente mencionadas, los estudiantes pueden identificar componentes de un todo pero no logran relacionarlos entre ellos, en el análisis del pretest de las estudiantes un poco más de la mitad de las estudiantes realizaron algunos ejercicios y mucho menos de la mitad de las estudiantes si realizaron los ejercicios de acuerdo a las indicaciones planteadas, aunque pocas estudiantes no realizaron ningún ejercicio. De acuerdo a la teoría también sustenta que las estudiantes en esta etapa no diferencia cuerpos de figuras geométricas, esto se puede evidenciar por que en la pregunta 9 las estudiantes debían colocar el nombre técnico del cuerpo geométrico que allí se encontraba representado en dibujos, lo cual un poco más de la mitad de las estudiantes no contestaron adecuadamente este ejercicio, mientras que un poco menos de la mitad respondieron correctamente este ejercicio.

En las preguntas numero 11, 12 y 13 en cuanto a que en la observación y la experimentación inician a distinguir las características de las figuras, se puede evidenciar que mucho mas de la mitad de las estudiantes no realizaron los ejercicios propuestos, mientras que menos de la mitad de las estudiantes realizan algunos ejercicios, aunque pocas estudiantes si realizan la totalidad de los ejercicios propuestos, ya que básicamente consistían en tener en cuenta la siguiente situación problema:

“Juan Gabriel es un muñeco que va a vivir en la maqueta de la ciudad construida por las estudiantes de grado quinto y uno de sus muebles de su casa es como un cubo y necesitan saber cuántos cuadros tiene en uno de las caras del mueble como lo muestra la siguiente imagen, para poder hacer más muebles para la casa.”



De acuerdo a esta situación problema, las estudiantes en la preguntas mencionadas debían de hallar no solo las medidas de los lados sino que con esto hallar su volumen con ayuda de las imágenes que allí se presentan para mejor solución de las preguntas, pero además apoyándose de estrategias tales como rayar, representar o escribir operaciones que les permitieran tal solución.

El estudiante en este nivel no comprende el valor ni la necesidad de definir, podemos observar que en la pregunta numero dos donde las estudiantes debían argumentar una respuesta donde se evidenciaba el porqué escogían la respuesta de acuerdo a la pregunta anterior, ya que esta consistía en el porqué escogía la plantilla seleccionada para la realización de una caja, o el porqué la figura que presentaban allí se acomodaba mas al cuerpo geométrico u objeto “la caja”. De acuerdo a estos ejercicios, un poco más de la mitad de las estudiantes realizaron los ejercicios con base a la pregunta planteada, mientras que menos de la mitad de las estudiantes no lo realizaron; aunque encontramos estudiantes que en la realización de los ejercicios contestaron algunos de ellos.

Cuando Van Hiele habla sobre este nivel, también expone en una de sus variables que muchos de los estudiantes enuncian una lista de propiedades innecesarias para identificar los objetos geométricos en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes. Por tal razón durante la prueba encontramos que un poco más de la mitad de las estudiantes realizan todos los ejercicios, mientras que un poco menos de la mitad de las estudiantes no realizan correctamente los ejercicios propuestos, ya que allí debían básicamente realizar una lista de características sobre el cubo.

Volvamos ahora la mirada hacia las preguntas 8 y 12 de la prueba pretest, en el que algunas de las estudiantes realizan el ejercicio adecuadamente, mientras que un poco menos de la mitad no realizan los ejercicios, pero también podemos encontrar que menos de la mitad de las estudiantes hacen algunos ejercicios; ya que básicamente en esta pregunta debían argumentar la respuesta del porqué escogían la anterior pregunta, sobre qué pasaría si se realiza una caja en forma de triángulo, y en la siguiente pregunta (12) consiste en:

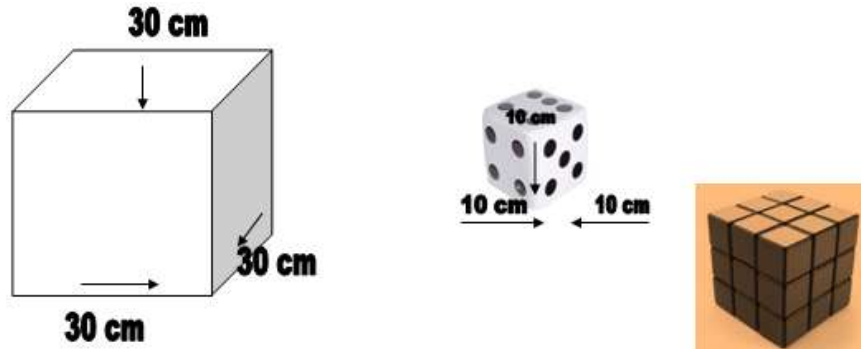
12. ¿Cuántos cuadros hay en todas las caras?

- a. 54
- b. 45
- c. 36
- d. 85

De acuerdo a la anterior intervención, se hace referencia a la variable en la que se pueden hacer conjeturas mediante la observación, pues determina si la estudiante se encuentra en esta variable del nivel de análisis.

Para finalizar de acuerdo a las preguntas 13, 14 y 15 en el que la estudiante debía hallar la medida de los lados del cubo y el volumen de ellos, mediante experimentación ya sea realizando operaciones y haciendo medidas en el dibujo

que allí se encontraba o por medio de operaciones en la que se evidenciaba allí para llegar a la respuesta, por medio de imágenes como lo observaremos a continuación:



Lo cual esto hace referencia a la variable de “hacer generalizaciones que ejemplifican y comprueban experimentalmente”, esto se evidencia en la prueba cuando mucho mas de la mitad de las estudiantes no realizan el ejercicio, mientras que pocas estudiantes si lo logran realizar, aunque se encuentra que algunas de las estudiantes realizan algunos de los ejercicios propuestos.

5.2 ANÁLISIS DE LAS FASES DE APRENDIZAJE

Para el procesamiento de la información obtenida en la estrategia de mediación, de igual manera se tabularon los datos, en este caso teniendo en cuenta las variables de cada fase de enseñanza propuestos por los esposos Van Hiele.

Las actividades realizadas en la estrategia de mediación fueron elaboradas teniendo en cuenta las cinco fases de aprendizaje sustentadas en el modelo propuesto por los esposos Van Hiele, las cuales muestran los procesos que conllevan al docente, sobre cómo pueden ayudar a sus estudiantes para que puedan alcanzar con más facilidad un nivel superior de razonamiento. Así mismo la estrategia de mediación presenta una secuencia según el orden de las fases, las cuales permiten pasar de un nivel de razonamiento al siguiente, por lo tanto las fases no están asociadas a un nivel determinado, si no que en cada nivel la instrucción comienza con actividades de la primera fase y se van realizando consecutivamente.

De acuerdo a la intervención realizada por la docente, inicialmente se comienza a dar una breve introducción de cómo y porqué se realizará las actividades, donde la docente expone la situación problema a las estudiantes. Creo indiscutible la afirmación de que con base a esta intervención, la docente se encuentra en la fase de información, donde se hace énfasis en la variable “Informa a los estudiantes sobre el campo a trabajar”, ya que considera primordial el hecho de comenzar las sesiones informando a las estudiantes las actividades que se realizarán.

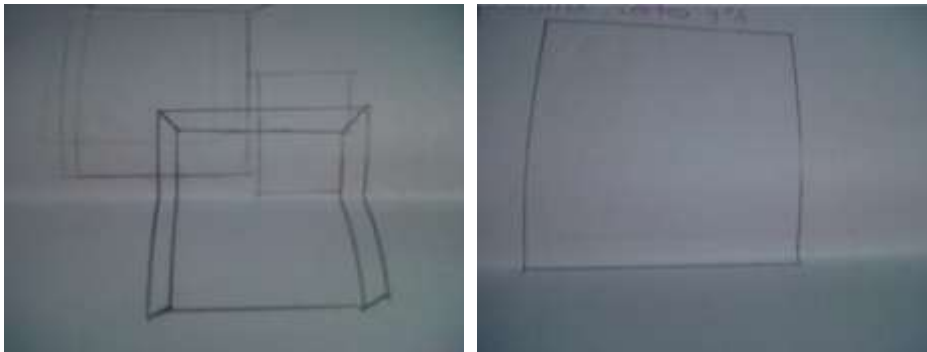
Dentro de este marco ha de considerarse que en esta misma fase de información, encontramos varias intervenciones por parte del docente que hace que se encuentre en esta fase, y de acuerdo a las anteriores variables ésta es en la que más se evidencia la intervención de la docente, pues la siguiente intervención apunta a la variable que consiste en “Dar a conocer los problemas a resolver” Ya que en este momento la docente pasiva, transcribe la acción que está realizando la docente activa pues se encuentra copiando en el tablero la situación problema y la pregunta, colocando a una estudiante a leerlo para todas sus compañeras, haciendo relevancia a la variable dicha anteriormente. De este mismo modo en cuanto a la “indagación de los conocimientos previos” se puede analizar que la docente hizo más énfasis en esta variable, dando dos intervenciones en las cuales observaremos la siguiente:

DOCENTE ACTIVA: ¿Se acuerdan que la profesora dijo que solo se podía usar un cuerpo geométrico?, entonces ustedes cual creen que sea el cuerpo geométrico que vamos a usar para esta maqueta de la ciudad.

ESTUDIANTES: El cuadrado

Aquí la docente recuerda un pequeño párrafo de la situación problema y realiza una pregunta para indagar los conocimientos que tiene la estudiante frente al cuerpo geométrico que se quiere trabajar, lo mismo sucede con la siguiente intervención realizada por la docente ya que allí también realiza preguntas pero antes de esto les pega en el tablero unas imágenes y con base a lo que observen las estudiantes responde la pregunta que se les plantea.

Siguiendo en esta fase de información pero pasando a la variable de “averigua el nivel de razonamiento del grupo” encontramos muy pocas intervenciones del docente ya que se observa que una de las indicaciones realizadas por la docente activa, les pide que realicen una representación del cubo. Por tal razón encontramos al final de esta actividad que muchas de las estudiantes realizaron este dibujo de acuerdo a la indicación dada por la docente activa como lo observaremos a continuación:



En la anterior imagen se observaba dos trabajos realizados por las estudiantes, allí se muestra el conocimiento que tienen sobre el cuerpo geométrico el cubo.

Por otra parte y siguiendo en la fase de información, la docente hace muy poca intervención en lo que respecta a que “se da a conocer los materiales que se van

a trabajar” ya que la docente en palabras cortas y concretas enuncia los materiales que van a trabajar.

DOCENTE: Ahora los recursos que se van a utilizar en las diferentes clases van hacer cartulinas, dados, cartón paja, tijeras, ega, colores, y muchas más que vamos a ir viendo a medida que vamos trabajando.

En la anterior intervención realizada por la docente activa podemos evidenciar como allí les expone a las estudiantes los materiales a utilizar durante todas las sesiones en las que se trabajará.

Hemos analizado hasta ahora la fase de información y sus respectivas variables, las cuales fueron evidenciadas, en su mayoría muy pocas veces en cuanto a la intervención realizada por la docente. En consecuencia pasaremos a la fase de orientación dirigida donde iniciaremos con la variable de “proponer actividades para que los estudiantes exploren mediante una serie de actividades dirigidas”. Durante este proceso de análisis encontramos que la docente realizó una serie de mediaciones que se enfocaron en esta variable, una de ellas fue la siguiente:

DOCENTE: yo les voy a dar unos pitillos, pero antes de empezar con los pitillos, miren, acá esta el objeto que les entregué (se les muestra dibujándoles en el tablero), entonces colocó el objeto encima de la crucecita y trazo por acá y la trazo de color rojo, esta parte de acá ya la utilice, o sea, que debo utilizar otra, la pongo en la otra parte con otro color delinea, esta otra parte ya esta utilizada, ¿Cómo saben que parte se utilizo y cuál no?, porque le van hacer una señal, luego la otra, luego la otra, listo.



En la imagen anteriormente observada, vemos como la docente se apoya en el tablero para la explicación pertinente a cerca del trabajo que deben realizar las estudiantes, indicando los lados que deben ser coloreados y enumerándolos para que la estudiante se guíe. En relación a lo anterior, vemos otra intervención clave en la que la docente por medio de su explicación, orienta a la estudiante a la realización de un trabajo por medio de su previa explicación.

DOCENTE: Recuerden que una integrante debe de ir llevando la cuenta de cuantos dados es que van en la caja.



En las figuras anteriores podemos observar que los grupos de trabajo siguieron las instrucciones de la docente, al llevar la cuenta de los dados que necesitaban para construir el cubo y voluntariamente optaron por crear una estrategia que les permitiera cumplir con dicho objetivo.

Siguiendo en la fase de orientación dirigida, en lo referente a la variable sobre “Los alumnos resuelven problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor”, se puede evidenciar que esta variable apunta a muchas de las intervenciones realizadas por la docente durante las estrategias empleadas, ya que allí la docente antes de entregar el material sustenta el porqué hará entrega de ese material y en qué se utilizará, y a partir de esto los grupos de trabajo resolverán el problema de cómo hacerlo para que se les facilite mejor su construcción, como es evidenciado en la siguiente imagen donde la estudiante ya con su material comienza con su compañera a construir el cubo con los dados intentándolo de varias formas.



DOCENTE: ahora tenemos que ayudar a las estudiantes de grado 5º a construir más objetos para la realización de la maqueta, estos objetos van a ser hechos con dados de la siguiente manera: les voy a entregar a cada grupo un objeto hecho de cartulina y unos dados para que construyeran el objeto, cuando tengan estos materiales lo que van a hacer es que van a colocar en la cara de abajo una capa de dados y van colocando una capa encima de la otra hasta formar todo el cubo.

Es evidente que en la intervención anteriormente mencionada, la docente da a conocer el material y luego propone el trabajo a realizar recordando la situación problema inicialmente dada; así mismo dos acciones más del docente se hacen compatibles con la variable nombrada y similares a la ejemplificada anteriormente.

Siguiendo en esta fase de orientación dirigida, nos enfocaremos a continuación en la variable de “El estudiante descubre, comprende y aprende los conceptos y propiedades claves.” De acuerdo a la siguiente intervención realizada por la docente donde **D:** será docente, **ES:** será estudiantes, **E1:** estudiante # 1 y **E2:** estudiante # 2:

D: Bueno, pónganme cuidado a las siguientes preguntas:

ES: Si señora.

D: ¿La cara número 1 que forma tiene?

E1: A un cuadrado

ES: Un cuadrado

D: ¿Se parece la cara número 1 con las demás caras?

E2: no, teacher no se parecen

D: mida con un pitillo una cara y le hace la marquita de donde le medió. Luego mida la otra cara haber si da la misma medida.

E2: haaaa si señora si da.

D: ¿Se parece la cara número 1 con las demás caras Rafaela?

E2: si señora

D: niñas. ¿Se parece la cara número 1 con las demás caras?

ES: si señora

D: ¿Cada cara tiene el mismo tamaño o su tamaño es diferente?

ES: Es el mismo teacher

D: De acuerdo con el objeto seleccionado y dejada la huella en la tira de papel ¿cuántas caras tiene?

ES: 6



De acuerdo a la intervención anteriormente mostrada, se evidencia que la docente realiza una serie de preguntas que hacen que la estudiante se cuestione, llevándolas a que experimenten con el material que tienen a su disposición en esta ocasión los pitillos como hemos observado en la imagen que se encuentra debajo de la intervención del docente.

Por otra parte y siguiendo en la fase de orientación dirigida, la docente realiza la siguiente intervención:

DOCENTE: Si, y vamos a utilizar dados, yo a ustedes les voy a dar dados de madera, pero para construirlo con los dados tienen que quedar igual de tamaño al cubo que yo les di, ¿Cómo vamos hacer?, muy fácil niñas, vamos hacer lo siguiente: con los dados, digamos esta es la primera cara (señala la de abajo), entonces yo a ustedes les voy a dar los dados y ustedes en la parte de abajo llenan la primera, después de llena la siguiente cara, siguen con la siguiente y asi sucesivamente.

De acuerdo a esta intervención la docente se encuentra en la variable de “El profesor ayuda a superar las dificultades y dirigir el trabajo hacia el objetivo

general.” Donde la docente explica el trabajo, da ejemplos de cómo realizarlo y después de estar en proceso de la realización del trabajo se dirige a cada grupo de trabajo y comienza a superar dificultades para que lleguen al objetivo propuesto, dando como punto de inicio la figura número 1 para llegar a la figura número dos:

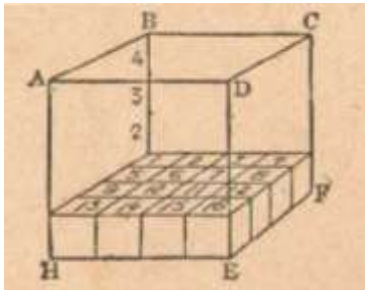


Figura 1

figura 2

En la variable “Las actividades permiten que el estudiante infiere las estructuras propias de esta fase” de la fase actualmente trabajada sobre orientación dirigida, se observa que durante la estrategia aplicada se evidencia más esta variable en cuanto a la intervención realizada por la docente ya que gracias a la finalización de algunos trabajos la estudiante puede llegar a algunas conclusiones, las cuales las podremos evidenciar a continuación (**D**: docente; **E1**: estudiante 1; **E2**: estudiante 2; **E3**: estudiante 3) :

D: ¿Qué pasa si yo a este no le coloco 8 dados sino que le pongo nueve?

E1: Queda desigual.

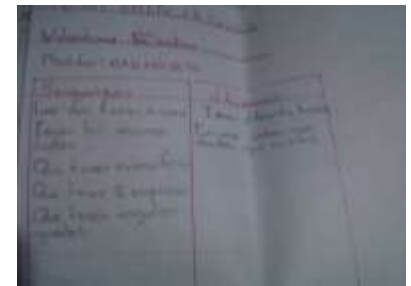
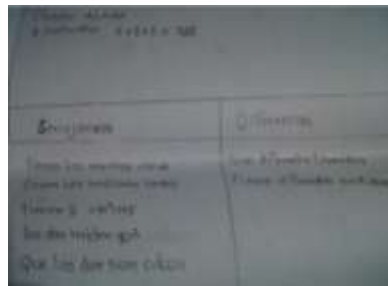
E2: No queda bien hecho el cubo.

E3: Porque todos deben de ser iguales sino queda otra figura.

Es claro como en la intervención tanto del docente como de la estudiante, de acuerdo al trabajo anteriormente realizado llegan a una serie de conclusiones que permiten identificar algunos componentes claves para su aprendizaje, como son las características físicas del cubo.

Hemos hablado de la fase de información y de orientación dirigida de acuerdo a unas variables evidenciadas en las intervenciones realizadas por la docente; a continuación pasaremos a analizar la fase siguiente que consiste en la

explicitación, lo cual tiene unas variables que nos ayudará a realizar tal análisis. Para la variable de “ realizar actividades que le proporcionen a los estudiantes intercambio de experiencias” la docente realiza pocas intervenciones ya que explica a las estudiantes que el siguiente trabajo consiste en realizar un cuadro para obtener de él semejanzas y diferencias de acuerdo a una integración con otros grupos que les favorezca mayor información para obtener tales resultados, como lo observaremos en las siguientes imágenes donde la estudiante realiza su cuadro y lo resuelve como su docente le indica:



Para el siguiente indicador, se observa una gran diferencia al anterior indicador ya que en este se hace más evidencia la intervención del docente, la variable habla sobre “proporciona un espacio de reflexión para que los estudiantes expresen sus conclusiones frente al trabajo realizado” lo cual observaremos a continuación lo siguiente (**D**: docente; **E1**: estudiante 1; **E2**: estudiante 2; **E3**: estudiante 3):

D: Ahora van a recoger este objeto y lo van a alzar y vamos a mirar si todos los grupos lo tienen igual de tamaño o son unos más pequeños que los otros.

ES: Ya teacher

D: Van a levantar la mano una por grupo, ahora van a mirar las que tienen las manos alzadas el objeto, ¿Todos son iguales?

ES: Algunos no son iguales.

D: ¿Por qué no son iguales?

E1: Porque hay unos mas chiquiticos que otros.

E2: Hay unos medianos, pequeños y grandes.

D: Listo pero ¿Sigue siendo cubo o ya no es cubo?

ES: Si señora.

D: ¿O sea que el cubo no importa que tamaño sea sigue siendo cubo?

ES: Si señora.

D: Pregunto ¿Por qué siguen siendo iguales?

E3: Porque tienen los mismos lados, caras.

Observamos que en la anterior intervención tanto del docente como del estudiante, se permite evidenciar que la docente deja que el estudiante exponga sus conclusiones de acuerdo a una serie de preguntas que se le dan para que las analice y de esta forma las responda de acuerdo al material que han utilizado.

De acuerdo a la teoría de Van Hiele, sustenta que una de sus fases es llamada orientación libre lo cual lleva a que una de sus variables “Proporcionar actividades para que los estudiantes apliquen y combinen los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas” permita analizar que esta variable es la que más intervenciones tiene el docente en cuanto a la implementación de las estrategias, pues se evidencia allí que la docente realiza un recuento de la actividad realizada anteriormente y proporciona una situación problema que las lleve a ellas a dar con la solución por medio de lo aprendido anteriormente como es evidenciado a continuación:

DOCENTE: Les voy a decir la pregunta otra vez ¿Cuántos pitillos tuvieron que recortar y pegar para cada lado de las caras?, les voy a dar un ejemplo yo recorte y pegue un pitillo acá, recorte otro y lo pegue acá, recorte otro y lo puse acá ¿cuántos van acá? Van 3 pitillos, bueno recorte otro y lo pegue acá yo conté este lado. Entonces ahora me van a contar cuantos pitillos tuvieron que utilizar para el cubo. Lo que quiere decir que el cubo ¿cuántos lados tiene de acuerdo al resultado dado con los pitillos?

Para la siguiente variable, “asigna tareas que preferiblemente lleven a diferentes soluciones” se evidencia que la docente interviene pocas veces en cuanto a esta variable ya que como lo observaremos a continuación mientras la docente plantea una situación problema la estudiante da una respuesta concreta:

D: ¿Qué pasaría si yo les entregara un molde donde unas de las caras fuera más grande que las otras?

E5: No se podría hacer el cubo.

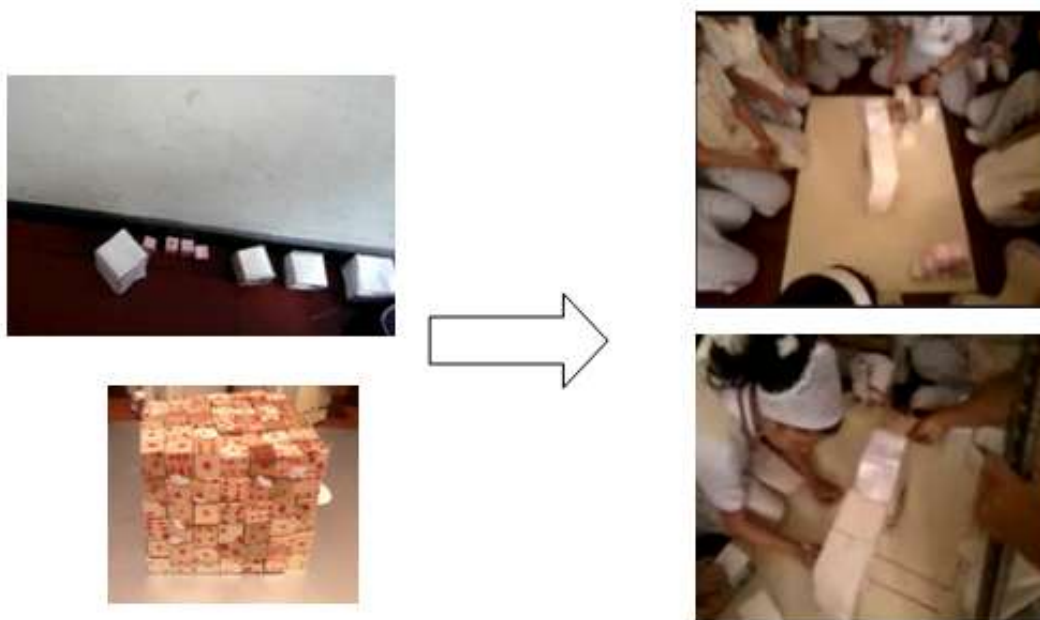
D: ¿Por qué?

E15: Porque todas las caras deben ser iguales

Anteriormente se pudo observar que durante la fase de orientación libre se hacía evidente la presencia de dos variables que ayudan al análisis previo de la intervención de la docente. Finalmente, analizaremos la última fase de integración que permite la unión entre las variables y las intervenciones realizadas por la docente. En primera instancia encontramos el hecho de que la docente en este periodo trabaja con las estudiantes en cuanto a plantear situaciones que las lleven al manejo de un lenguaje geométrico haciendo énfasis a la siguiente variable perteneciente a la fase de integración “plantear situaciones en las que el estudiante aplique los conocimientos y el lenguaje adquirido” demostrando de esta manera las siguientes dos intervenciones e imágenes presenciadas durante la estrategia de mediación:

1. **DOCENTE:** el día de hoy vamos a realizar la maqueta, vamos a realizarla con todo lo que aprendimos en cada clase, entonces a construir la maqueta.
2. **DOCENTE:** Lo que vamos hacer es lo siguiente: a cada grupo le voy a dar una instrucción, con los cubos que tenemos vamos a realizar lo siguiente; primero empiezo a repartir los cubos correspondientes a cada grupo. Vea siéntense. El grupo que tiene el 3 cm con todos los cubos que tienen van a realizar edificios, pueden ser de a dos o tres cubos, si quieren le hacen las ventanas, puertas o lo que ustedes quieran.

En las intervenciones de la docente, se observa que se comenzó a trabajar de acuerdo a todos los procesos adquiridos durante el proceso teniendo como objetivo final la realización de una maqueta como se evidenciará a continuación:



Para la última variable “proporcionar una síntesis de todo el trabajo” obtenemos la siguiente intervención realizada por la docente activa:

DOCENTE: una integrante del grupo va a sacar una hoja y va a dibujar lo que hicieron o están haciendo, tiene que ser con las medidas y usando el cubo y le colocan el nombre de las integrantes y al lado de uno de los cubos les van a poner cuánto mide el alto, ancho y largo y van a hallar el volumen.

ES: (Cuando todas las niñas terminaron empezaron a colocar su producto final, para que quede lista la maqueta, aquí todas opinaban)

E1: Les hacemos carreteras para que se vea como una ciudad.

E2: Tatiana lo hace porque ella hace todo muy lindo y es muy derecha.

D: Ahora que ya tenemos todo terminado cada grupo va a explicar donde están ubicados sus cubos, que función cumplen, que medidas tienen y muestran sus dibujos, por favor.

G1- E3: Bueno el cubo de nosotras es este, tiene un volumen de 27 cm. Y sus lados miden 3 cm. Y en la maqueta forman un edificio y ya.

G2- E4: La de nosotras, miden 4 cm por todos los lados. El volumen es de 64 cm. Y son las casas en la maqueta.

G3- E5: La de nosotras, miden 5 cm el cubo y los lados, el volumen es de 125.

G4- E6: La de nosotras es el centro comercial, los lados es de 6 cm y el volumen es de 216.

G5- E7: El cubo es de 7 cm y el volumen es de 343. Y es el parque.

G6- E8: Nosotras tenemos el cubo de 8cm y el volumen es de 512. Y es el colegio de la ciudad.

G7- E9: El cubo de nosotras es de 9cm y es el puente. Ha y el volumen es de 729.



Se pudo observar que la anterior imagen e intervención de la docente hace referencia a la última variable de la fase de integración, ya que de acuerdo a las instrucciones dadas por la docente y a los conocimientos adquiridos durante todo el proceso las estudiantes finalizan la maqueta de la ciudad explicando por grupos el trabajo realizado.

5.3 ANÁLISIS DEL POSTEST

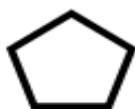
Al finalizar las estrategias, se desarrolló una prueba, en la cual determinó los procesos que las estudiantes de grado 4-A obtuvieron con cada una de las actividades; lo planteado anteriormente dio paso a la obtención de unos resultados que permitieran el análisis del nivel de visualización de la teoría de los espesos Van hiele en lo referido a comparar y clasificar objetos en lo cual todas las estudiantes respondieron los ejercicios correctamente, con respecto a las preguntas planteadas para variable, en la pregunta número 1 habían tres plantillas, la cual las niñas deberían escoger cuál de esas plantillas formaba una caja, la respuesta era la D porque las plantillas tenían diferentes posturas, pero cualquiera de esas plantillas formaba una caja. De acuerdo con la pregunta número 7 las estudiantes tenían cuatro opciones, (A) era un retraso, (B) era un pentágono y (C) era un cuadrado, allí debían escoger cuál de esas figuras era parecida a un dado y que permitiera la construcción del centro comercial de la maqueta de la ciudad, la cual deberían responder la opción (C). Luego en la pregunta 9 se les planteaba una situación en la cual debían escribir el nombre de los cuerpos geométricos los cuales eran el cubo, el cilindro y la pirámide y debajo en cada raya correspondiente escribir la respuesta. Para finalizar en la pregunta 17 las estudiantes debían buscar muchos dados para la construcción de la maqueta pero primero debían saber cuál era la forma del dado y se les planteó las siguientes opciones:

- A. Cilíndrica
- B. Esférica
- C. Cúbica
- D. Circular

La respuesta que debía seleccionar era la **C**. cúbica. Volvamos ahora la mirada hacia el nivel de visualización lo cual estamos en este momento analizando desde la prueba final realizada, donde en la variable de percepción visual global, en cuanto a la pregunta 8 las estudiantes debían argumentar acerca de qué pasaría si se hace un dado con la figura (C) lo cual correspondía a la figura de un rombo, como lo podremos observar a continuación:



A



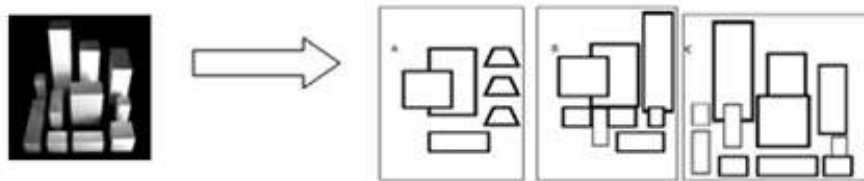
B



C

En consecuencia a esto todas las niñas lograron responder adecuadamente a esta pregunta, respondiendo la opción C.

De acuerdo a la teoría propuesta por Van Hiele, en una de sus variables a cerca de usar las propiedades físicas de los objetos, en donde la mayoría de las estudiantes respondieron bien a los ejercicios y a pocas estudiantes se le vio la dificultad para usar las propiedades físicas del objeto, para lograr estos resultado se hizo necesario que en la pregunta 3 las estudiantes debían decir qué figura geométrica formaba las caras del cubo, lo cual debían responder que era el cuadrado; después se planteó la pregunta 4 donde las estudiantes debían buscar varias cajas para la construcción de un Hospital, pero para escoger las cajas ellas debían elegir cuál de las tres imágenes era la que representaban las caras del cubo, en el cual encontramos como opciones un trapecio, un cuadrado y un círculo, en aquel momento las estudiantes debían escoger la B lo cual corresponde al cuadrado. Posteriormente en la pregunta 6 donde a las estudiantes se les presenta una fotografía de una ciudad, en la cual debían observarla, posteriormente se les presentaba tres representaciones de la imagen anterior y debían decir cuál de esas corresponde a la fotografía, como lo observaremos a continuación:



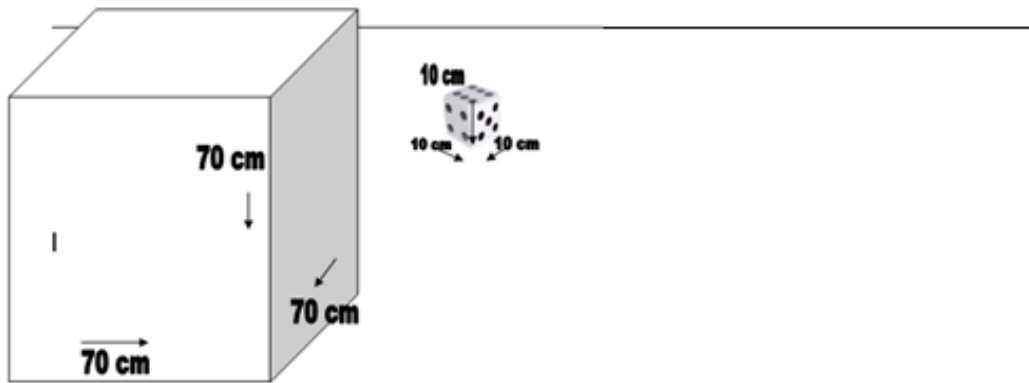
En cuanto a la pregunta 12 hace referencia a que las estudiantes tenían que responder cuántos cuadros hay en todas las caras, con la ayuda de un cuerpo geométrico “el cubo” lo cual tenía una previa información evidenciada en las preguntas anteriores para que la estudiante llegara a la respuesta correcta observada en la siguiente imagen:



Así mismo se diseñaron cuatro opciones A. 16 B. 45 C. 64 y D. 143, las estudiantes escogieron la respuesta correcta que es la C. 64; de acuerdo con las

preguntas 13, 14 y 15 para que las estudiantes les dieran unas respuestas a esta primero había una información en la cual debían construir los edificios que iban en la ciudad, para esto debía mirar una imagen donde habían unas medidas, cuando ya tuvieran claro las medidas debían responder las siguientes preguntas:

- Para la construcción de un edificio de la ciudad, las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl necesitan guardar en cajas unos dados para que el edificio quede fuerte y saber las propiedades del cubo que se van a utilizar para esta construcción. En cada caja debe de ir los mismos dados; para esto tienes que observar las siguientes medidas:



¿Cuántos dados deben de ir dentro de una caja?

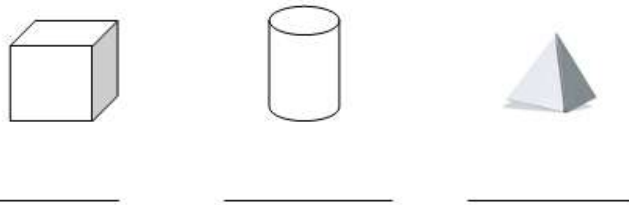
- a. 343
- b. 250
- c. 125
- d. 789

Si a una caja se le introducen 9 dados y estos se ubican a lo ancho de la caja y los dados miden 10 cm de largo, ancho y alto ¿cuánto mide el largo de la caja?

Si ya sabes que la medida del largo de la caja es _____ ¿cuánto debe de medir el ancho y el alto de la caja?

Con lo observado anteriormente se puede evidenciar que las estudiantes lograron llegar a la solución de cada una de las preguntas ya que en la prueba final todas las estudiantes respondieron correctamente.

Seguidamente la pregunta 2 se trata de que las estudiantes debían argumentar acerca del porqué la plantilla que escogieron era la correcta, pero en este punto la solución daba referencia a que cualquier plantilla era útil para tal construcción del cubo, ya que si se tienen las 6 caras serán útiles para tal fin; en cuanto a la pregunta número 3 las estudiantes debían decir qué figura geométrica formaban las caras del cubo, las estudiantes respondieron que un cuadrado, lo cual la totalidad de ellas lo respondieron correctamente, para la pregunta 9 hace énfasis en una situación en la cual debían escribir el nombre de los cuerpos geométricos los cuales eran un cubo, un cilindro y una pirámide, y colocar la respuesta en cada raya correspondiente, como lo observaremos a continuación:



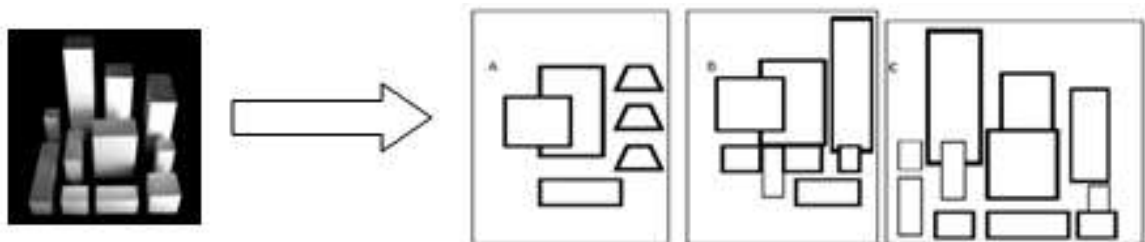
Para finalizar en cuanto a esta variable de usar un lenguaje técnico y teniendo como referente a los esposos Van Hiele en la pregunta 10 las estudiantes deberían escribir las diferentes características que conozcan del cuerpo geométrico (el cubo). De acuerdo con estas preguntas la mayoría de las estudiantes hicieron correctamente el ejercicio y unas pocas de ellas respondieron algunos de los ejercicios propuestos.

La teoría de Van Hiele sustenta que las estudiantes identifican o describen atributos físicos en imágenes, esto se puede evidenciar en la prueba ya que todas las estudiantes contestaron satisfactoriamente las preguntas 8 y 10, pues la número 8 se trata de que las estudiantes debían argumentar acerca de qué pasaría si se hace un dado con un rombo. Con respecto a la pregunta 10 las estudiantes deberían escribir las diferentes características que conozcan del cuerpo geométrico, el cubo; en la cual como se decía anteriormente también llegaron a la solución correctamente.

En cuanto a la pregunta 13 que hace referencia a una situación problema, se le da una imagen de un cubo y un dado con sus respectivas medidas, cuando ya observaran esto debían responder la siguiente pregunta ¿Cuántos dados deben ir

dentro de la caja?, seguidamente en la pregunta 15 debían hallar el ancho y alto de la caja, pero esta pregunta se apoya de la 14 de acuerdo a la información que allí se les brinda para llegar a la pertinente solución; por lo tanto todas las estudiantes respondieron correctamente y con base a las respuestas obtenidas se puede analizar que de acuerdo a la teoría de Van Hiele las estudiantes formulan generalizaciones, ya que esta pertenece a una variable expuesta por el autor. Van Hiele plantea en su teoría que las estudiantes están en capacidad de reproducir figuras a través de modelos lo cual es considerada la variable final de este nivel de visualización, pues de acuerdo a los resultados obtenidos solo algunas de ellas no lo realizó correctamente, mientras que la mayoría realiza el ejercicio como se espera, esto se evidenció en la pregunta número 16 ya que las estudiantes debían seguir una serie de instrucciones, en la cual debían construir una iglesia, una casa, un hospital y una carretera con la ayuda de varios cubos, esto lo debían realizar en un cuadro vacío que se encontraba en la parte inferior de las instrucciones.

Ya analizado el nivel de visualización en la prueba final, se dio paso al análisis del nivel de análisis de la teoría de Van Hiele con lo correspondiente a identificar componentes de un todo, pero no se relacionan entre ellas, esta variable permitió que se plantearan unas series de preguntas en la cual todas las estudiantes respondieron correctamente al ejercicio, entre las preguntas encontramos la número 6 donde a las estudiantes se les presenta una fotografía de una ciudad, luego se les presentó tres representaciones de la imagen anterior y debían decir cuál de esas corresponde a la fotografía, como lo observaremos a continuación:



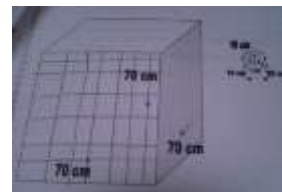
En cuanto a la pregunta número 14 se les planteó un problema en la cual les proporcionaban la información acerca de las medidas del dado y las estudiantes tenían que escribir, teniendo en cuenta esas medidas, el largo de la caja y por último la pregunta 15 debían hallar el ancho y alto de la caja, apoyándose de nuevo en las preguntas anteriores.

Posteriormente se realizó la pregunta 9 en la cual las estudiantes tenían que escribir el nombre de los cuerpos geométricos de acuerdo a la imagen del cubo, el

cilindro y la pirámide, en cada raya correspondiente debían colocar la respuesta, en relación con esta pregunta todas las estudiantes ejecutaron el ejercicio satisfactoriamente, por lo tanto Van Hiele en su teoría expone que las estudiantes son capaces de distinguir cuerpos de figuras, lo cual es una variable de ese nivel de análisis. En cuanto a las preguntas 11, 12 y 13 más de la mitad de las estudiantes siguieron las instrucciones y realizaron el ejercicio bien y menos de la mitad respondieron algunos ejercicios; en la pregunta número 11 las estudiantes tenían que observar la imagen y decir cuántos cuadros observaban en la imagen, seguidamente se encuentra la pregunta número 12 que hace referencia a que las niñas tenían que responder cuántos cuadros hay en todas las caras, con la ayuda del cuerpo geométrico “el cubo”, se diseñaron cuatro opciones:

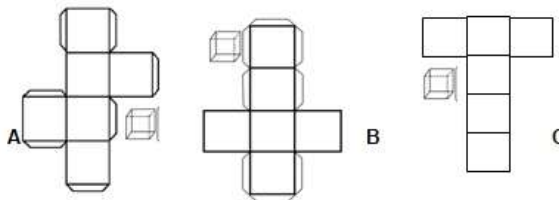
- A. 16
- B. 45
- C. 64
- D. 143

Las niñas escogieron la respuesta correcta lo cual era la C; y para finalizar se da la pregunta 13 en la cual consiste en plantear una situación problema, luego de esta información se les dio una imagen de un cubo y un dado con sus respectivas medidas, cuando ya observaran esto debían responder la siguiente pregunta ¿Cuántos dados deben ir dentro de la caja?, estas preguntas se evidencian en la variable de “mediante la observación y la experimentación inician a distinguir las características de las figuras” evidenciada en el nivel de análisis, ya que allí las estudiantes utilizaron las imágenes que allí presentaban para realizar operaciones o hacer gráficos que les permitiera llegar a la respuesta. A continuación observaremos una imagen de un posttest realizado por una estudiante donde se evidencia claramente tal experiencia:



Van Hiele en su teoría hace énfasis en la variable de “no comprende el valor ni la necesidad de definir” Esta teoría se evidencia en dos preguntas, la cual más de la mitad de las estudiantes si comprende el valor de definir un concepto o argumentar una respuesta y menos de la mitad no comprenden tal valor respondiendo solo algunos de los ejercicios; las preguntas que llevaron a esto resultados fueron las siguientes, en la pregunta 2 las estudiantes debían

argumentar acerca de porque la plantilla que escogieron era la correcta de acuerdo a las que allí se mostraban ya que estaban en diferente posición pero cualquiera servía para tal fin como lo observaremos a continuación:



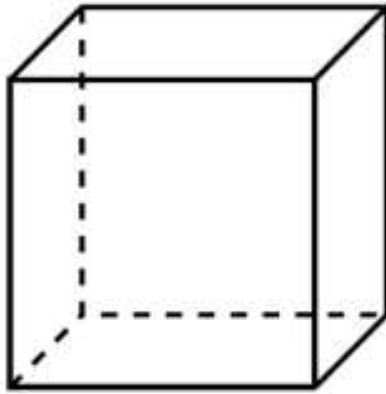
Y así en la pregunta número 5 las estudiantes tienen que argumentar acerca del porqué escogieron la respuesta, esta pregunta es con la ayuda de la pregunta número 4 lo cual se basaba en mostrar tres tipos de figuras diferentes y explicar cuál era la que pertenecía a la cara de un cubo.

Consecutivamente en la pregunta 10 las estudiantes debían escribir las diferentes características que conozcan del cuerpo geométrico, el cubo. Esta pregunta permitió un resultado en la cual todas las estudiantes respondieron correctamente, llevándonos a la teoría de los esposos Van Hiele cuando dice que enuncian una lista de propiedades innecesarias para identificar los objetos geométricos en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes; pero si bien vemos, con la aplicación de la estrategia y dados los resultados del pretest, las estudiantes ya no enuncian propiedades innecesarias si no que por el contrario escriben propiedades correctas del cubo.

Van Hiele en su teoría explica en una de sus variables sobre las conjeturas que hace el estudiante mediante la observación evidenciada en las preguntas 8 y 12 en la cual las estudiantes respondieron a todos los ejercicios correctamente. En la pregunta 8 se hace referencia a que las estudiantes debían argumentar acerca de qué pasaría si se hace un dado con un rombo y para la pregunta 12 las estudiantes tenían que responder cuál era el volumen del cubo, con base a la información anteriormente planteada, lo cual se diseñó de la siguiente manera la pregunta con sus debidas opciones:

Según el cuerpo representado en la siguiente imagen, sabiendo que las medida son

$$_ \times _ \times _ = _$$



¿Cuál es el volumen de este cubo?

- a. 16
- b. 45
- c. 64
- d. 143

Y para finalizar en la pregunta 13, se plantea una situación problema en la cual se les dio una imagen de un cubo y un dado con sus respectivas medidas, cuando ya observaran esto debían responder la siguiente pregunta ¿Cuántos dados deben ir dentro de la caja?, la respuesta que las niñas dieron fue 343, consecutivamente la pregunta 14 hace referencia a un problema en la cual les proporcionaban la información acerca de las medidas del dado y las estudiantes tenían que escribir el largo de la caja; y por último la pregunta 15 debían hallar el ancho y alto de la caja de acuerdo a los ejercicios anteriormente planteados. Con base a estas preguntas se pudo evidenciar que la mayoría de las estudiantes respondieran bien los ejercicios y menos de la mitad realizaron algunos ejercicios, con este análisis la teoría de Van Hiel expone que el estudiante hace generalizaciones que ejemplifican y comprueban experimentalmente.

6. DISCUSIÓN E INTERPRETACIÓN

Van Hiele se atreve a escribir sobre las fases de aprendizaje y niveles de razonamiento, a documentarlas para mayor entendimiento de los educadores como herramienta en las aulas de clases, y en medio de su explicación resalta que las características principales de las descripciones de las fases de aprendizaje consisten en el análisis de cada uno de los procesos realizados por el docente durante las actividades de ejecución sobre las propuestas de estrategias planteadas en determinado proyecto.

Inicialmente Van Hiele enumera la teoría basada en 5 fases de aprendizaje y los niveles de visualización y análisis, tales son algunos de los hallazgos encontrados no solo durante el proceso de la aplicación de las estrategias de mediación si no también en la prueba inicial y final, lo cual conlleva a que las estudiantes debían comparar y clasificar objetos según lo requerido en la pregunta, desarrollada más adelante desde las intervenciones del docente en cuanto a la indagación de los conocimientos previos que realiza frente a las estudiantes, en este punto era necesario que las niñas empezaran un proceso de formulación de generalizaciones, la cual estaría truncada ya que un poco más de la mitad de estudiantes no están en la capacidad de relacionar las características de una figura con otra similar, aunque el proceso se inicia exitosamente es notorio la enumeración innecesaria de propiedades para identificar los objetos geométricos en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes, algunas de las estudiantes realizaron el ejercicio adecuadamente, mientras que un poco menos de la mitad no realizaron los ejercicios, pero también se pudo encontrar que menos de la mitad de las estudiantes hicieron algunos ejercicios. Citando a Van Hiele, señala que el maestro sostiene un dialogo con los estudiantes acerca de los objetivos de la materia que se va a estudiar, cual es el conocimiento que tienen sobre el concepto que se va a trabajar, es posible que se presente un escenario en donde los estudiantes tengan conocimientos previos de dicho tema, ya sea porque lo estudió o simplemente fue un conocimiento adquirido de manera intuitiva en el medio que se desenvuelve, es de resaltar que sin importar el origen del mismo no se debe despreciar ni pasar por alto, llevándonos a identificar que durante la intervención del docente para observar los conocimientos previos se hace énfasis en cuanto a que debe comparar el objeto geométrico con uno que se encuentre en su entorno, y de esta manera clasificarlo según el conocimiento que tenga sobre éste, utilizando expresiones como “se parece a...” “tiene forma de...”. En consecuencia a lo anteriormente planteado, la prueba final se desarrolla con la misma temática que la prueba inicial, pero a diferencia de ésta, las estudiantes ya adquirieron nuevos conocimientos durante el proceso de aprendizaje de las estrategias, que le permitieran trabajar la comparación y la clasificación, logrando que todas las estudiantes alcanzaran los objetivos propuestos en las preguntas planteadas.

El proceso continuaba y era necesario que las estudiantes se encontraran con un escenario en donde se pudieran usar las propiedades físicas, era el momento para que sesgaran sus descripciones a aspectos puramente físicos de las figuras, los reconocimientos, diferenciaciones o simplemente a la clasificación de las mismas, como se puede evidenciar en la prueba inicial desarrollada en la institución educativa Anexa San Vicente de Paul con las niñas de grado 4, y en la cual se obtuvo que la totalidad de las estudiantes respondieron algunos ejercicios.

Ya que las niñas pasaron por el proceso de realizar una descripción de las propiedades físicas de la figura que se les estaba mostrando, algo muy intuitivo de lo que el entorno les ofrece, era necesario empezarlas a introducir con conocimientos superiores y con una cuidadosa selección de problemas que por medio de una estrategia de mediación las orientaba a la resolución de los mismos y se generaba un descubrimiento y comprensión de conceptos, propiedades, definiciones y relaciones para que alcanzaran un nuevo nivel de desarrollo en su proceso formativo. Es evidente que en este escenario la teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial se resalta y se verifica al ver que las niñas aun sin nacer con este conocimiento ni con ningún otro lo fueron adquiriendo a posteriori y no a priori como el mismo Piaget resaltaba, al afirmar que el conocimiento no viene de esta forma y como se pudo apreciar en la prueba final, en donde la teoría de los esposos Van Hiele y anteriormente mencionada (usar las propiedades físicas) fue puesta en práctica, en ese momento los resultados del nivel que se uso se obtuvieron, y lo que se rebeló fue que la mayoría de las estudiantes en este momento respondieron bien a los ejercicios y pocas tuvieron alguna dificultad para usar las propiedades físicas del objeto; si se realiza el símil entre la prueba inicial y la prueba final se podrá detectar la asimilación del concepto propuesto.

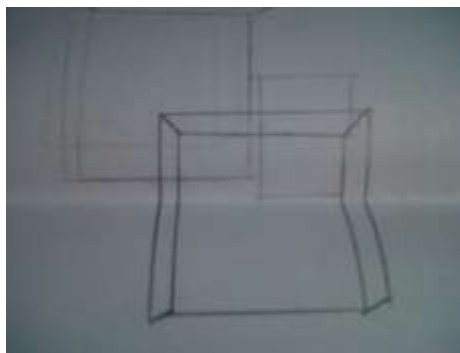
Cada uno de los procesos realizados por las estudiantes fueron analizados desde la teoría que los esposos Van Hiele desarrollaron, de este modo se continuo con una secuencia teórica y se ubicaron en el punto en donde el uso de un lenguaje técnico ya es necesario, es un nivel en donde los estudiantes pueden aprender un léxico geométrico perfeccionado, identifican formas específicas, relaciona figuras con objetos que tengan la misma forma y reproducir o copiar las figuras, en la prueba inicial menos de la mitad no lograron utilizar un lenguaje técnico, mientras que más de la mitad de las estudiantes así lo hicieron al responder algunos de los ejercicios. Con esto se puede tener un referente para iniciar una estrategia de mediación con el fin de afianzar y solidificar el conocimiento y sin duda alguna para avanzar a nuevos conocimientos que por medio de la respuesta de problemas planteados por el docente el estudiante pueda descubrir, comprender y aprender los conceptos y propiedades claves, en donde el lenguaje técnico y abstracto empezaran a hacer presencia enriqueciendo día a día la inteligencia del

niño/a, y demostrado en la prueba final en el cual la mayoría de las estudiantes hicieron correctamente el ejercicio y unas pocas respondieron algunos de los ejercicios propuestos. “El desarrollo cognitivo es el producto de los esfuerzos del niño por comprender y actuar en su mundo” (Piaget).

En el proceso educativo los niños pasaran por un nivel en el cual deberán identificar o describir atributos físicos, en este momento estará en toda la capacidad de poder realizar un reconocimiento de figuras geométricas en dibujos, en conjuntos determinados y en objetos del entorno en el que interactúa el niño; en la prueba final se observó que la totalidad de estudiantes acertaron en la pregunta planteada, y pudieron hacer dicho reconocimiento todo lo contrario a la prueba inicial, en donde poco menos de la mitad no realizaron los ejercicios; los resultados obtenidos fueron llevados a cabo por medio de una estrategia de mediación basada en la teoría de Van Hiele, los cuales concebían que el estudiante al descubrir la respuesta podrán comprender y aprender los conceptos y propiedades claves de una mejor manera.

Van Hiele plantea en su teoría, en el nivel de formulación de generalizaciones, que el estudiante en la prueba inicial sesgara sus conocimientos geométricos percibiendo las figuras como objetos individuales y no estará en la capacidad de generalizarlas al observar una figura de su misma clase, no es capaz de extender la caracterización, como se evidenció en la prueba realizada a las niñas de cuarto grado de la institución educativa Anexa San Vicente de Paul, quienes un poco más de la mitad no lograron la realización del ejercicio. Teniendo en cuenta lo anterior es necesario que el docente proponga una estrategia de mediación basada en la indagación de los conocimientos previos y de este modo tener una idea de los conceptos que el estudiante tiene claros en su mente, convirtiéndolos en una herramienta para utilizarlos en la generación de nuevos conocimientos, el profesor es quien tiene que adaptarse al lenguaje geométrico de sus estudiantes y conocer el nivel de dominio del mismo para que partiendo de este se avance hacia un lenguaje más estructurado y complejo. En la prueba final al aplicar la estrategia, todas las estudiantes respondieron acertadamente a la pregunta propuesta, las estudiantes formularon generalizaciones.

Finalmente los niveles de visualización de Van Hiele concluyen con el nivel de reproducción de figuras a través de modelos, es en este momento en el cual el individuo cuenta con una serie de capacidades que le permitirán a identificar formas específicas ya no viéndolas como objetos individuales si no con generalidades que pueden aplicar a otras figuras que tengan la misma forma, reproducirlas o copiarlas, porque solo con la observación el niño está preparado para hacer esto o para generar algo nuevo con características similares, en la prueba inicial se les planteó la siguiente actividad:



En este se pudo evidenciar que un poco menos de la mitad de las estudiantes tuvieron en cuenta estas instrucciones y realizaron el dibujo que allí solicitaban, por el contrario más de la mitad no siguieron las instrucciones y no realizaron el dibujo que allí se pedía, por esto fue necesario desarrollar una estrategia de mediación en la cual se proponen labores para que los estudiantes exploren mediante una serie de actividades dirigidas y en el cual deducirán generalidades que desconocían por medio de la experimentación y la manipulación, usando las propiedades de los materiales que se les entrego para entender el concepto a trabajar, en la prueba final se pudo palpar claramente la asimilación del concepto, siendo solo unas pocas estudiantes que no realizaron la actividad como se les solícito.

A continuación se podrá apreciar la teoría de los niveles de los esposos Van Hiele no desde el punto de vista de la visualización, si no a partir del análisis que tiene el estudiante inicialmente frente a algunos ejercicios, y como en su primer nivel puede identificar componentes de un todo pero no logran relacionarlos entre ellos, puesto que carecen de capacidad para vincular unas propiedades con otras, por lo que no es posible que realicen calificaciones lógicas de figuras basadas en sus propiedades. Es claro que ya pueden identificar algunas propiedades de diferentes elementos que se les presente, pero no de establecer la relación entre dichas propiedades o clasificarlos, de allí que es necesario que ellos mismos lleguen a la conclusión de lo que están haciendo que se genere una estrategia mediadora, ya tienen las pistas iniciales que son las propiedades que pueden reconocer, ahora el docente se encarga de hacerles preguntas capciosas con el fin de que se pueda vivir una de las fases de Van Hiele, en donde el estudiante descubre, comprende y aprende los conceptos y propiedades claves, siendo este medio de aprendizaje el más efectivo para enriquecer la estructura cognitiva del niño/a. En la prueba inicial se observo que muy pocos realizaron el ejercicio con las indicaciones planteadas, en la prueba final todas responden acertadamente, se les hizo preguntas y solas llegaron a una conclusión que les permitió enriquecer sus conocimientos geométricos.

Piaget en los aportes que hizo a la pedagogía expone la forma en cómo el ser humano adquiere el conocimiento y el modo en que el niño/a lo capta, siendo en su primer escenario la noción topológica de una figura, seguida de la proyectiva y finalmente la euclidiana. En la prueba inicial aplicada con las estudiantes de la Institución educativa Anexa San Vicente de Paul, se pudo notar que no diferenciaban cuerpos de figuras geométricas, aun no las podían clasificar o diferenciar lo tridimensional de lo bidimensional, pero al aplicar una estrategia de mediación basada en las fases desarrolladas por los esposos Van Hiele, acerca de averiguar el nivel de razonamiento del grupo, en donde plantean que es vital que los docentes diseñen actividades acorde con el nivel de razonamiento de los estudiantes y que además les permita alcanzar un nivel más avanzado, ya que el educando solo asimilara aquello que se le presente al nivel de su razonamiento, el proceso siguió su curso y en la prueba final más de la mitad de las estudiantes siguieron las instrucciones y realizaron el ejercicio propuesto y menos de la mitad solo respondieron algunos, adquiriendo el conocimiento de tal manera que primero fue la noción topológica, después la proyectiva y por último la euclidiana.

El ser humano en su condición de homo sapiens siempre ha sido curioso por el mundo que lo rodea, y es precisamente esta curiosidad que ha permitido que la especie evolucione y siga evolucionando hasta el punto en el cual se ubica en la actualidad; en la prueba inicial y final se aplicó el nivel que se encarga de evidenciar que por medio de la observación y la experimentación inician a distinguir las características de las figuras, perfectamente se puede notar el antes y el después; en la primera muy pocos realizaron el ejercicio, por el contrario en la prueba final todos lo realizaron, ya que se desarrolló una estrategia de mediación basada en proponer actividades para que los estudiantes exploren mediante una serie de actividades dirigidas, en la cual se les proporcionó materiales con los que pudo aprender las principales nociones del campo de conocimiento que se estaba manejando.

Continuando con los niveles de análisis, nos encontramos en un momento en el cual el estudiante en la prueba inicial pasa por un proceso en donde no comprende el valor ni la necesidad de definir, en este nivel todavía no pueden ver las interrelaciones entre las figuras y por supuesto no están en la capacidad de construir definiciones formales, mas sin embargo entienden definiciones cuyo nivel de complejidad es básico. Para lograr superar esta condición Van Hiele propone que es necesario proporcionar un espacio de reflexión para que los estudiantes expresen sus conclusiones frente al trabajo realizado, que explique cómo fue todo el proceso, utilizando un lenguaje matemático adecuado y dado el caso siendo corregido por el docente, en este punto no se generan conocimientos nuevos, lo que se hace es una revisión del trabajo ejecutado por las niñas con el objetivo de obtener conclusiones y perfeccionar la expresión oral, afianzando la red de

conocimientos que se está empezando a forjar. En la prueba final se evidencia que más de la mitad pudo realizar el ejercicio.

El nivel de conocimiento de los estudiantes a medida que avanza un proceso educativo se va fortaleciendo, su capacidad de raciocinio puede enfrentarse a situaciones más complejas y es tiempo de retar las capacidades cognitivas del individuo. Teniendo en cuenta lo anterior la prueba inicial y final se basaron en realizar conjeturas mediante la observación, no sin tener en cuenta que inicialmente se encuentran en una posición en donde menos de la mitad no realizan los ejercicios, pero que después de proponer una estrategia mediadora basada en los niveles de Van Hiele planteada de tal forma que los alumnos resuelvan problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor, el cual debe ser secuenciado cuidadosamente y por lo que el docente al entregar el material sustenta el porqué hará entrega de ese material y en que se utilizara, para que posteriormente empiecen a trabajar con ellos facilitándoles la construcción, obteniendo finalmente que el 100% de las estudiantes respondieron correctamente a la pregunta planteada.

Finalmente se hará referencia al nivel que se encarga de mencionar la situación en la cual se hace generalizaciones que ejemplifiquen y comprueban experimentalmente, y que en la prueba inicial y final fueron puestas en práctica obteniendo por supuesto, resultados opuestos; en la inicial la mayoría no realizaron el ejercicio y en la final la mayoría si lo respondieron; en este nivel los estudiantes pudieron deducir por medio de la experimentación generalizaciones, usando las propiedades como si fueran independientes entre sí, y el docente se baso en una estrategia mediadora que consistía en proponer actividades para que los estudiantes exploren mediante una serie de actividades dirigidas, y la mejor forma es que el profesor proporcione material por medio de cual el alumno aprenda las principales nociones de los conceptos trabajados.

7. CONCLUSIONES

- De acuerdo a los niveles de visualización y análisis, y a las fases de aprendizaje de Van Hiele se puede concluir que las estrategias utilizadas por el docente las cuales consistieron fundamentalmente en la aplicación de las mismas, fueron el medio para lograr la construcción y caracterización del cubo por cada una de las estudiantes del grado 4-A de la institución educativa Anexa San Vicente de Paúl.
- Como las estrategias usadas por el docente estuvieron basadas en los principios de Van Hiele, se pudo establecer que dichas estrategias al estar enmarcadas dentro de los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje permitieron realizar una categorización de acuerdo a los parámetros presentados por los esposos Van Hiele, siguiendo la misma secuencia en el desarrollo de la actividad.
- Al analizar las estrategias utilizadas por el docente se pudo observar como las estudiantes pudieron experimentar las diferentes fases y niveles pasando inicialmente por la falta de conocimiento y finalizando con respuestas positivas a las estrategias utilizadas por el educador, lo que permite visualizar y reafirmar que el proceso educativo está ligado a los niveles y fases propuestas por los esposos Van Hiele garantizando la correcta asimilación del concepto trabajado en el aula de clases.
- A medida que se fue desarrollando el proyecto se pudo apreciar que las intervenciones del docente tuvieron gran importancia al momento de ejecutar las actividades, identificando que cada una de ellas lograra ser interpretada de acuerdo a la teoría de Van Hiele, sin llevar una jerarquía que le impidiera el avance de una fase a la otra.
- Con base en las variables de las fases de aprendizaje y en los niveles de visualización y análisis, se evidenció el trabajo de las estudiantes por medio de material físico y escrito que mostró el proceso realizado en cada una de las estrategias propuestas por la docente y que ayudaron a la identificación de los resultados obtenidos para el respectivo análisis e interpretación de los datos.
- Finalmente se puede decir que las fases de aprendizaje basadas en los niveles de visualización y análisis de Van Hiele, influyeron de tal manera en este proyecto que se puede afirmar que permitió la identificación de los avances obtenidos por las estudiantes en cuanto a la construcción y

caracterización del cubo, gracias a los procedimientos realizados por la docente en las estrategias aplicadas, y además de esto ratificar la importancia de dichas fases y niveles en la realización del mismo por parte de las estudiantes de grado 4-A de la institución educativa Anexa San Vicente de Paúl.

8. RECOMENDACIONES

- Se recomienda que el estudio que se realice frente a la teoría de Van hiele en cuanto a las fases de aprendizaje, tengan no solo como objetivo la aplicación de esta sino que también genere en los docentes la iniciativa de crear estrategias que le permitan al estudiantes un conocimiento enriquecedor y que de esta manera sean publicados para la ayuda de docentes, teniendo en cuenta los procesos sustentados en la teoría de Van Hiele y que se evidencien, también estrategias como la expuesta en el presente trabajo sobre la caracterización y construcción del cubo.
- Se recomienda que en la aplicación de una estrategia, se evidencie la posición inicial y una posición final del estudiante, que permita al docente identificar el proceso en el que se encuentra los estudiantes teniendo como base la teoría, lo cual lo llevaría a una implementación de estrategias adecuadas y pertinentes
- De acuerdo a los antecedentes se evidencia la falta de documentación en cuanto a estrategias de implementación de la construcción y caracterización del cubo, pero por otro lado la enriquecedora teoría de Van Hiele en cuanto a las fases de aprendizaje. Gracias al análisis e interpretación realizada en la presente investigación nos permite realizar la siguiente recomendación, la cual consiste en tener un mayor interés en la construcción de estrategia de este tipo, pues si existiera variedad de proyectos que apuntaran a este objetivo se tendría variedad para los docentes en formación y las docentes en labor.

9. BIBLIOGRAFIA

A., Jaime; GUITIERREZ, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele*. Extraído el 4 de marzo del 2012 de <http://www.sectormatematica.cl/articulos/van%20hiele.pdf>.

AFONSO, Martín María Candelaria. (2004). *Sobre los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y la formación de profesores en activo*. Disponible en <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/58/Articulo01.pdf>.

CAMARGO Uribe, Leonor; SAMPER de Caicedo, Carmen. {s. a}. *Desarrollo del razonamiento deductivo a través de la geometría euclidiana*. Digitalizada por red academia. Disponible en la fuente http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted05_08arti.pdf.

CORBERÁN Salvador R.; GUTIÉRREZ Rodríguez, A.; HUERTA Palau, M.P; PASTOR, Adela Jaime; MARGARIT Garrigues, J.B.; PEÑAS Pascual, A. y RUIZ Pérez, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de van hiele*. Extraído el día 19 septiembre del 2012 de <http://www.doredin.mec.es/documentos/00820092000188.pdf>.

ESPINOZA Islas, Verónica Marcela. (2008). *“Una aplicación del Modelo de Van Hiele”*. Disponible en la fuente <http://www.repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/handle/123456789/5938/ESPINOZA%20ISLAS%20VERONICA%20MARCELA%20Tesis%202008.pdf?sequence=1>.

Prof. GONCALVES Tavares, Rider. (2006) *¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría?* Disponible en <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/volln27/27-5.pdf>.

GUERRA Rodríguez, Matilde María. (2010). *“la geometría y su didáctica”*. Recuperado el día 4 de marzo del 2012 de la fuente http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_32/MATILDE_GUERRA_2.pdf.

JARAMILLO López, Carlos Mario; VICENTE, Pedro; DUARTE, Esteban. {s. a}. *Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele*. Disponible en <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/6091/5497>

KERLEGAND Bañale, Carla. {s. a}. *Desarrollo de dos propiedades de la circunferencia usando el modelo de van hiele y la visualización*. Recuperado el día 1 de diciembre del 2012, de la fuente http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/kerlegand_2008.pdf.

LASTRA Torres, Sonia. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*. Extraído el día 25 de Septiembre del 2012 de http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2005/lastra_s/sources/lastra_s.pdf.

LOBO, Netsy. {s. a}. *Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría*. Extraído el 4 de marzo del 2012 de <http://revistas.luz.edu.ve/index.php/mc/article/viewFile/79/60>

MAURTUA Aguilar, José Luis. (2008). *La geometría: de las ideas del espacio universitario al espacio de las ideas en el aula*. Extraído el día 1 de diciembre del 2012 de la fuente http://ateneo.unmsm.edu.pe/ateneo/bitstream/123456789/3230/1/Investigacion_educativa_12v12n212008.PDF.

MORALES Chávez, Cesar Augusto; MAJÉ Floriano, Ramón. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros*. Extraído el día 4 de diciembre del 2012 de <http://www.elitv.org/documentos/tesis/Tesis%20de%20Maestria%20Cesar%20y%20Ramon.pdf>.

PASTOR, Adela Jaime. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Universitat de València. Disponible en <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>.

PÉREZ Bernal, Reinaldo. (2011). *Una propuesta de enseñanza aprendizaje para la construcción y aplicación de las cónicas*. Extraído el día 4 de marzo de http://www.bdigital.unal.edu.co/4615/1/TRABAJO_DE_GRADO_FINAL_UNAL_Def.pdf

RIZZOLO, Sergio Adolfo. {s. a}. *Diseño de actividades geométricas interactivas en el marco conceptual del modelo de Van Hiele*. Extraído el día 4 de marzo del 2012 de la fuente http://www.coopvvgg.com.ar/sergiorizzolo/trabajo/trabajo_final.pdf.

ROJAS Álvarez, Carlos. (2005). *Mentefactos y niveles de razonamiento geométrico, según Van Hiele, en alumnas de Licenciatura en Pedagogía Infantil*. Recuperado el día 8 de abril del 2012 de la fuente <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/853/85300605.pdf>.

VILCHEZ González, Nieves M. {195-}. *Enseñanza de la geometría con utilización de recursos multimedia. Aplicación a la primera etapa de educación básica*. Extraído el día 4 de marzo del 2012 de www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8928/712parteCAPIIGEO.pdf?sequence=9.

Lic. ZAMBRANO M, Moisés A. (2005). *Los niveles de razonamiento geométrico y la apercepción del método de fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele en estudiantes de educación integral de la UNEG*. Disponible en http://www.cidar.uneg.edu.ve/DB/bcuneg/EDOCS/TESIS/TESIS_POSTGRADO/M_AESTRIAS/EDUCACION/TGMLZ35M652005MoisesZambrano.pdf

10. ANEXOS

ANEXO 1

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL
PENSAMIENTO ESPACIAL**



OBJETIVO

Desarrollar un pretest con el fin de observar y analizar el proceso que tiene las estudiantes hasta este momento en la construcción y caracterización del cubo, por medio de una serie de problemas que llevarán a las estudiantes observar y analizar cada una de ellas para llegar a la respuesta.

INSTITUCIÓN: Anexa San Vicente de Paúl

GRADO: 4-A

NOMBRE DE LA ESTUDIANTE: _____

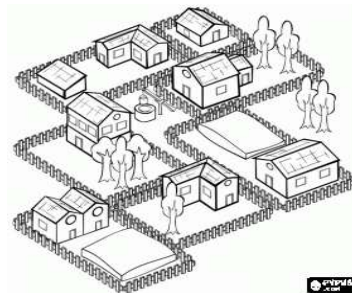
EDAD: _____

FECHA: _____

HORA DE INICIO: _____

HORA FINALIZADA: _____

PRETEST: LA CIUDAD



Durante muchos años la escuela Anexa San Vicente de Paúl realiza en todos los grados la feria de la ciencia y la innovación. Para este año las estudiantes de

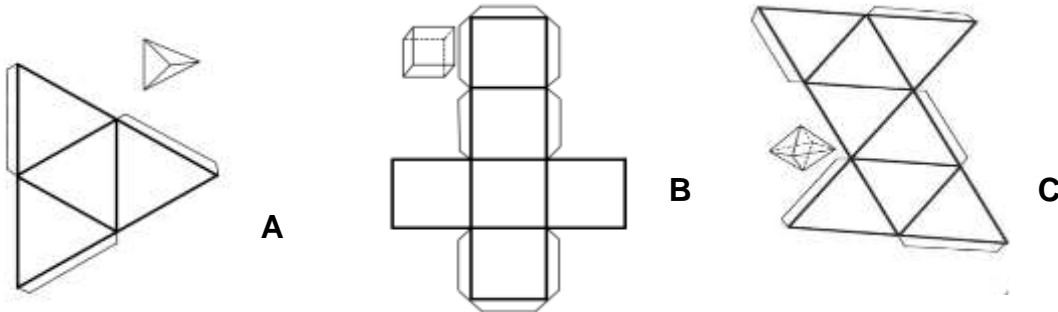
grado quinto realizarán una maqueta de una ciudad pequeña; pero no pueden hacerlo de cualquier forma, deben tener en cuenta características, propiedades y lo principal escoger solo un objeto.

A continuación vas a encontrar una serie de preguntas para ayudar a las estudiantes de grado quinto a construir la ciudad para la feria de la ciencia y la innovación. ¡MUCHA SUERTE!

Responde las preguntas **1, 2, 3, 4 y 5** con la siguiente información:

Las estudiantes de grado quinto necesitan construir un edificio y el cuerpo geométrico escogido es el cubo.

1. ¿Cuál de las siguientes plantillas deben usar?

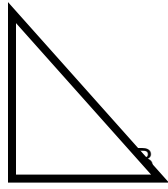


- a. A y B
- b. B
- c. C
- d. ninguna

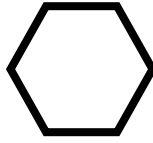
2. ¿Por qué escogiste esa respuesta?

3. ¿Qué figura forma las caras del cubo?

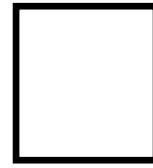
4. Las estudiantes de grado quinto buscarán en su casa una caja para realizar la construcción del edificio. ¿Cuál de las siguientes figuras forma el cubo?



A.



B.



C.

- a. C
- b. B
- c. A
- d. Ninguna

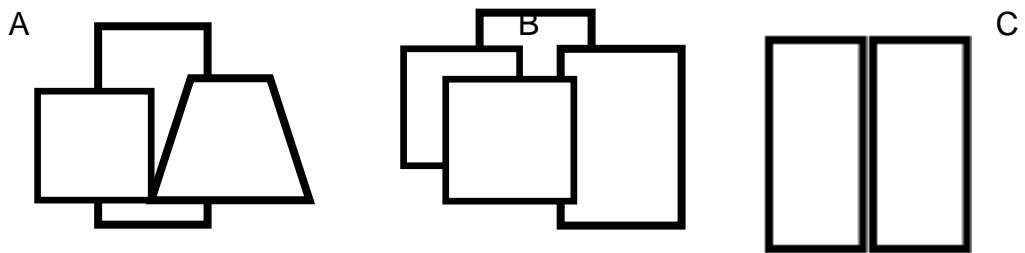
5. ¿Por qué escogiste esa respuesta?

Responde la pregunta **6** con la siguiente información:

Las estudiantes de grado quinto tomaron la siguiente foto:



6. ¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a la fotografía?

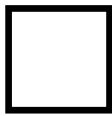


- e. Las de la figura A
- f. Las de la figura B
- g. Las de la figura C
- h. ninguna figura

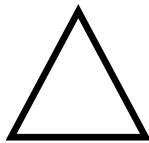
Responde las preguntas **7 y 8** con la siguiente información:

Las estudiantes de grado quinto utilizarán cajas para la construcción del hospital.

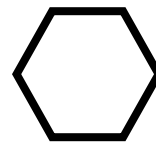
7. ¿Cuáles de las siguientes figuras serán parecidas a una caja?



A



B



C

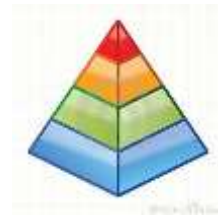
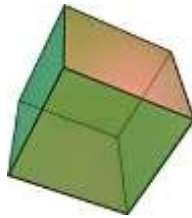
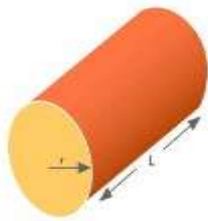
- a. B
- b. A
- c. C
- d. Ninguna

8. ¿Qué sucedería si se hace una caja con la figura B?

Responde las preguntas **9 y 10** con la siguiente información:

Las estudiantes de grado quinto necesitan construir el parque de la ciudad pero aun no saben cuál es el nombre de los cuerpos geométricos que formaron los diferentes elementos del parque.

9. Escribe el nombre de los que conozcas.



10. ¿Qué características conoces en el siguiente cuerpo geométrico?



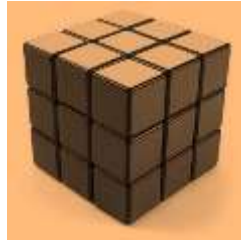
Responde las preguntas **11 y 12** con la siguiente información:

Juan Gabriel es un muñeco que va a vivir en la maqueta de la ciudad construida por las estudiantes de grado quinto y uno de sus muebles de su casa es como un cubo y necesitan saber cuántos cuadros tiene en uno de las caras del mueble como lo muestra la siguiente imagen, para poder hacer más muebles para la casa:

11. ¿cuántos cuadros observaste en la imagen?



Según el cuerpo representado en la siguiente imagen, sabiendo que en una cara hay ____ cuadros

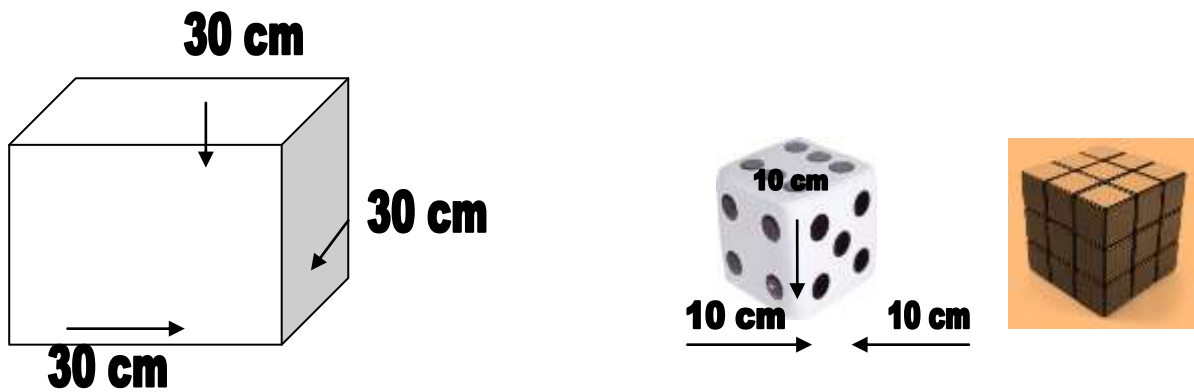


12. ¿Cuántos cuadros hay en todas las caras?

- e. 54
- f. 45
- g. 36
- h. 85

Responde las preguntas **13, 14 y 15** con la siguiente información:

Para la construcción de un puente de la ciudad, las estudiantes de grado quinto necesitan guardar en cajas unos dados para que el puente quede fuerte y saber las propiedades del cubo que se van a utilizar para esta construcción. En cada caja debe de ir los mismos dados; para esto tienes que observar las siguientes medidas:



13. ¿Cuántos dados deben de ir en una caja?

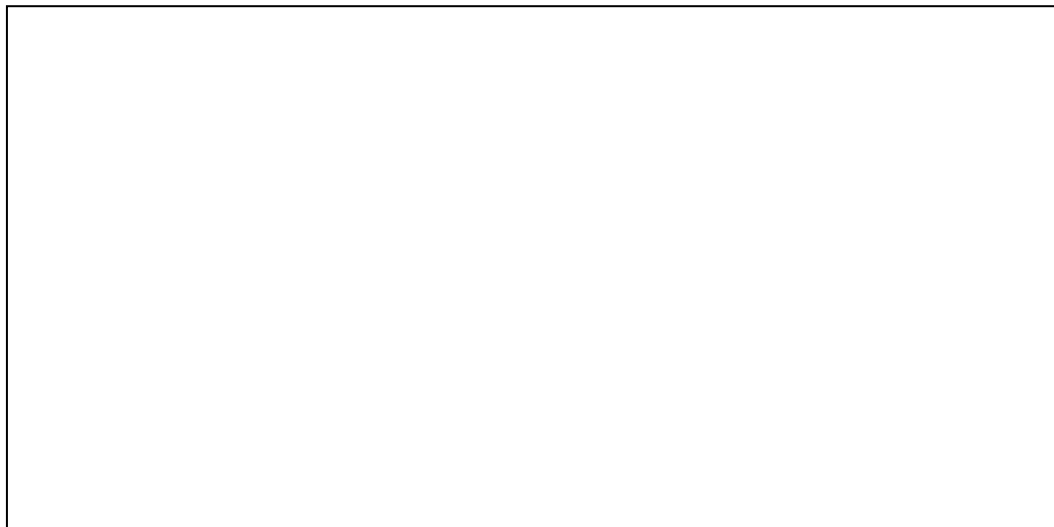
- a. 26
- b. 25
- c. 28
- d. 27

14. Si a una caja se le introducen 6 dados y estos se ubican a lo largo de la caja y los dados miden 5 cm de largo, ancho y alto ¿cuánto mide el largo de la caja?

15. Si ya sabes que la medida del largo de la caja es _____ ¿cuánto debe de medir el ancho y el alto de la caja?

16. Lee las siguientes instrucciones, y realiza el punto a, b, c, d en el siguiente cuadro, dará como resultado una parte de la ciudad que se construirá para la feria de la ciencia y la innovación.

- a. Tres edificios contruidos con 4 cubos.
- b. Al frente de los edificios un centro comercial con los cubos que necesite.
- c. Un puente construido con dados ubicado en la parte derecha del centro comercial.
- d. La iglesia es muy alta estará elaborada con 6 cubos uno encima del otro. La iglesia estará ubicada a la izquierda del centro comercial.



17. Las estudiantes de grado quinto buscaron muchas cajas para la construcción de la maqueta de la ciudad y se preguntaron: ¿Cuál es la forma de las cajas?

- a. Esférica
- b. Cilíndrica
- c. Circular
- d. Cúbica

LA INFORMACIÓN AQUÍ ADQUIRIDA SOLO SON CON FINES ACADÉMICOS.

ANEXO 2

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE SEGÚN LOS NIVELES 1 Y 2 DEL MODELO DE VAN HIELE

OBJETIVO MATEMÁTICO: CONSTRUCCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL CUBO

Para construir y caracterizar el cubo un estudiante en la primera etapa de la educación básica necesita más que una simple clase teórica acompañada de un molde para su construcción. Con la teoría de los esposos Van hiele y los niveles y fases expuestos por ellos, se construye una propuesta en la cual se evidencia la realización de una estrategia de aprendizaje junto a medios y recursos ideales para tal fin, con la ayuda de recursos físicos, como la escuela Anexa San Vicente de Paúl donde se realizará la estrategia de aprendizaje; recursos humanos, los cuales contaremos con las estudiantes de grado cuarto A a quienes se les aplicará las estrategias de aprendizaje junto con la ayuda de la docente titular y las docentes practicantes; y los diversos materiales como recursos didácticos los cuales serán un soporte para tal proceso.

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE SEGÚN LOS NIVELES 1 Y 2 DEL MODELO DE VAN HIELE

OBJETIVO MATEMÁTICO: CONSTRUCCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL CUBO

NIVEL 0: VISUALIZACIÓN

Este nivel permite estar conscientes del espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos. El cubo se reconoce, por su forma, por su apariencia física y no por sus partes o propiedades. Por lo tanto, en este nivel las niñas deberían reconocer el cubo, emplear un vocabulario geométrico (reproducir figuras a través del dibujo), Realizar actividades que les permita manipular, colorear, doblar, dibujar, construir etc.

Estándar: Construir objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

FASES

FASE 1: INFORMACIÓN

OBJETIVO: Identificar el cubo en: dibujos simples, en un set de cuerpos geométricos, en materiales manipulables y en objetos físicos.

Situación problema:

Unas estudiantes de grado quinto realizarán un proyecto para la feria de la ciencia y tienen pensado hacer una maqueta de una ciudad pequeña con algunos cuerpos geométricos utilizados en la clase de geometría y objetos de la casa, porque estos objetos se les acomodaban fácilmente a la realización de la maqueta de la ciudad.

El día que lo estaban haciendo la profesora les indicó que sólo podía utilizar un cuerpo geométrico, y que estos cuerpos geométricos deberían tener una medida que ellas conocieran. Por tal razón necesitan que tú las ayudes a seguir unos pasos para la construcción de la maqueta de la ciudad. ¿Podrías ayudarle a construir la maqueta de la ciudad a las estudiantes de quinto para la feria de la ciencia y la innovación?

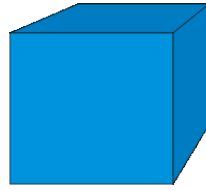
Descripción de la actividad: “seleccionando el material para la construcción de la maqueta de la ciudad”

Para la siguiente actividad se les mostrará a las estudiantes muchos cuerpos geométricos como el cubo, pero la pirámide, la esfera y el cilindro se les colocará solo de a uno; con el fin de que al responder la pregunta de ¿cuál crees q sería conveniente escoger teniendo en cuenta que la profesora solo dejó utilizar un cuerpo geométrico para la construcción de la maqueta de la ciudad? Escojan el cubo que es el cuerpo geométrico que más se repite.

Las estudiantes de grado quinto han llevado al salón de clase todos los cuerpos geométricos utilizados en la clase de matemáticas para poder construir la ciudad con tu ayuda. Observa todos estos objetos que allí se encuentran y responde la siguiente pregunta ¿cuál crees q sería conveniente escoger teniendo en cuenta que la profesora solo dejó utilizar un cuerpo geométrico para la construcción de la maqueta de la ciudad? Colócalos aparte, obsérvalos y de acuerdo a las siguientes imágenes observa cual se parece al objeto seleccionado para la construcción de la maqueta de la ciudad y dibújalo en una hoja.



A.



B.







C.



D.

Recursos:

-  Cuerpos geométricos
-  Imágenes
-  Hoja
-  Lápiz

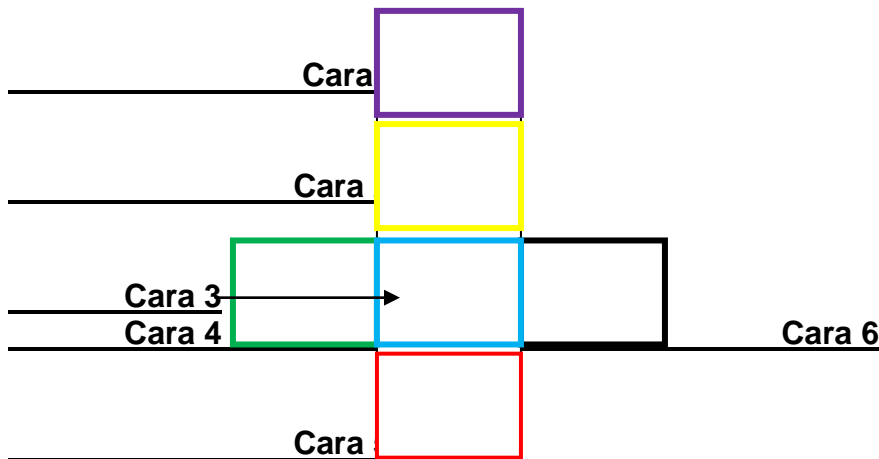
FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA

OBJETIVO: Describir verbalmente el cubo usando un lenguaje no técnico.

Descripción de la actividad: “uniendo las fichas”

Para que las estudiantes de grado quinto puedan construir la maqueta de la ciudad deberán, como dijo la profesora, tener un determinado tamaño. Para esto formaremos grupos de a 3 ó 4 estudiantes; cada grupo cogerá uno de los objetos seleccionados para la construcción de la maqueta de la ciudad y con colores de diferente color deberá delinear cada una de los lados de las caras, en la tira de papel como lo observarás en el siguiente ejemplo. Luego cogerás pitillos y medirás cada uno de los lados de las caras y los pegarás en la tira de papel. Al tener las caras formadas con pitillos unirás todas las caras como se encuentra el objeto seleccionado para la construcción de la maqueta de la ciudad.

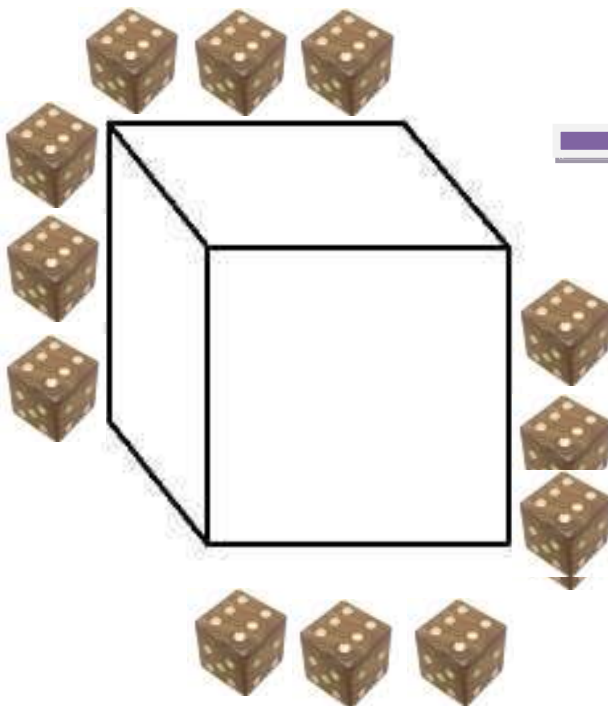
Ejemplo:



- ¿La cara número 1 que forma tiene?
- ¿Se parece la cara número 1 con las demás caras?
- ¿Cada cara tiene el mismo tamaño o su tamaño es diferente?
- De acuerdo con el objeto seleccionado y coloreado los lados en la tira de papel ¿cuántas caras tiene?

Ahora que ya conoces un poco más sobre este cuerpo geométrico, ayudemos a las estudiantes de grado quinto a construir más cuerpos geométricos con la ayuda de otros sólidos. Para esto vamos a utilizar dados de madera y los vamos a formar de tal manera que queden igual a los que ya teníamos anteriormente, sigue las siguientes indicaciones para que construyamos adecuadamente los sólidos que necesitamos:








Observa los dados que tienes al frente; coge el objeto seleccionado para la construcción de la maqueta de la ciudad y coloca por debajo, al frente y encima de cada cara dados hasta tapar totalmente la cara. Anota cuántos dados utilizó para cada cara y de acuerdo al número forma el objeto seleccionado para la construcción de la maqueta de la ciudad, así te quedarán del mismo tamaño. Observa la siguiente imagen para que te guíes:



3 dados x 3 dados x 3 dados

Gracias a tu ayuda las niñas de grado quinto saben ahora como medir el cuerpo geométrico seleccionado para la construcción de la maqueta de la ciudad, ahora que ya saben debes medirlos con una regla y clasificarlos según la medida anotando cada una de las medidas para que no se te olviden y responder la siguiente pregunta ¿Cuál es el nombre del cuerpo geométrico seleccionado para la construcción de la maqueta de la ciudad de la feria de la ciencia y la innovación de las estudiantes de grado quinto?

Recursos

-  **Cubos de madera**
-  **Témperas**
-  **Tiras de papel**
-  **Dados**
-  **Reglas**
-  **Pitillos**
-  **Ianas**

NIVEL 2: ANÁLISIS

En este nivel se descubren a través de la observación, experimentación las características del cubo y al distinguir las características emergen las propiedades del cubo. Las propiedades se perciben en forma aislada, no se relacionan. Por lo tanto, no se observan relaciones entre propiedades y no se perciben relaciones entre figuras. Las niñas podrían reconocer y nombrar la propiedad del cubo.

Fase 3: explicitación

Objetivo: Describir el cubo de acuerdo a sus propiedades y empleando el lenguaje geométrico.

Descripción de la actividad: “observando los cubos”

Ya has podido medir los cubos, y tienes las medidas de ellas con reglas y dados; reúnete con otras integrantes de otro cubo y compara las medidas, observa qué diferencia hay y que semejanzas; llena el siguiente cuadro con la ayuda de la otra integrante del cubo diferente y comparte tus respuestas. Al terminar vuelve con tu grupo anterior y lean las respuestas de cada una.

SEMEJANZAS	DIFERENCIAS

Recursos

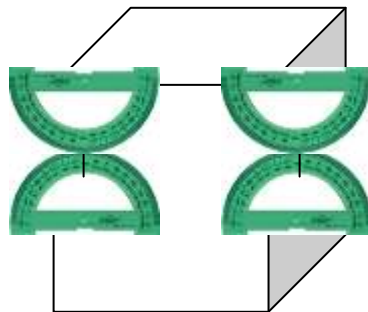
- ✚ ficha
- ✚ hoja
- ✚ lápiz

Fase 4: Orientación Libre (Explicación y aplicación)

Objetivo: identificar los conceptos básicos del cubo teniendo presente los conocimientos previos.

Descripción de la actividad: “midiendo nuestro cubo”

Ya tienes las medidas de largo, ancho y alto. Individualmente coge un cubo y colócale la medida donde corresponde; coge un transportador y mide cada esquina y así obtendrás los ángulos del cubo, anota esta información también en el cubo como lo observarás en el siguiente dibujo:



Ahora responde las siguientes preguntas:

- ✚ ¿cuántas caras tiene el cubo?
- ✚ ¿cuántas esquinas tiene el cubo?
- ✚ ¿cómo se llaman las esquinas del cubo?
- ✚ ¿cuánto tenía de altura el cubo?
- ✚ ¿cuánto tenía de ancho el cubo?

- ✚ ¿cuánto tenía de largo el cubo?
- ✚ ¿Qué semejanza encontraste en estas tres medidas?
- ✚ ¿cuánto dio la medida de los ángulos en los cuatro vértices de cada una de las caras?
- ✚ ¿Qué semejanza encontró en la medida de los ángulos?

Cuando terminen de medir y llenar la ficha, lo que tienen que hacer es reunirse en los mismos grupos y comparar sus fichas y completar si les hizo falta algo, después deben dibujar grande el cubo con todas las medidas que hallaste en un papel bond que se les va a entregar y con este dibujo el grupo le va a contar a las estudiantes de grado quinto las medidas correspondientes de los cubos para poder construir la maqueta de la ciudad.

Recursos

- Papel bond
- Reglas
- Transportador
- Lápiz
- borrador
- Ficha

Fase 5: Integración (Abstracción/Generalización)

Objetivo: Establecer una visión global de todo lo aprendido sobre el cubo, durante todas las fases del nivel 2 del modelo de Van Hiele.

Descripción de la actividad:

Las niñas del grado quinto ya conocen las medidas de todos los cubos y ya tienen conocimiento para poder explicar en la feria la ciudad que van a construir. Ahora con las compañeras de tu grupo realizarán los siguientes lugares con las instrucciones pertinentes:

GRUPO 1.

- Observa cada uno de los materiales que tienes para realizar un edificio
- Toma los cubos de la medida _____ y construye un edificio: has un cartel con las medidas de un cubo representando a todos los cubos del mismo edificio
- Ya terminado el trabajo obsérvalo y comprueben que esté correcto con la ayuda de tus compañeras

GRUPO 2.

- Observa cada uno de los materiales que tienes para realizar una casa.

- Con los cubos que tienen la medida _____ realiza una casa que se parezca a un cubo: has un cartel con las medidas de un cubo representando a todos los cubos de la misma casa.
- Ya terminado el trabajo obsérvalo y comprueben que esté correcto con la ayuda de tus compañeras

GRUPO 3.

- Observa cada uno de los materiales que tienes para realizar una iglesia.
- Con los cubos que tienen la medida _____ realiza una iglesia: has un cartel con las medidas del cubo que utilizó para la construcción de la iglesia.
- Ya terminado el trabajo obsérvalo y comprueben que esté correcto con la ayuda de tus compañeras

GRUPO 4.

- Observa cada uno de los materiales que tienes para realizar un centro comercial.
- Con los cubos que tienen la medida _____ realiza un centro comercial: has un cartel con las medidas del cubo que utilizó para la construcción del centro comercial.
- Ya terminado el trabajo obsérvalo y comprueben que esté correcto con la ayuda de tus compañeras.

GRUPO 5.

- Observa cada uno de los materiales que tienes para realizar un parque.
- Con los cubos que tienen la medida _____ realiza un parque: has un cartel con las medidas del cubo que utilizó para la construcción del parque.
- Ya terminado el trabajo obsérvalo y comprueben que esté correcto con la ayuda de tus compañeras.

GRUPO 6.

- Observa cada uno de los materiales que tienes para realizar un colegio.
- Con los cubos que tienen la medida _____ realiza un colegio: has un cartel con las medidas del cubo que utilizó para la construcción del colegio.
- Ya terminado el trabajo obsérvalo y comprueben que esté correcto con la ayuda de tus compañeras.

GRUPO 7.

- Observa cada uno de los materiales que tienes para realizar un puente.
- Con los cubos que tienen la medida _____ realiza un puente: has un cartel con las medidas del cubo que utilizó para la construcción del puente.
- Ya terminado el trabajo obsérvalo y comprueben que esté correcto con la ayuda de tus compañeras.

Al terminar, todos los grupos mostrarán sus trabajos y compartirán las medidas de los cubos y sus trabajos. Ahora uniremos los trabajos de todos los grupos para poder entregar a las niñas de grado quinto el producto de tu trabajo justificándole las medidas de los cubos para tener una medida exacta de la ciudad construida para la exposición de la feria.

ANEXO 3

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL
PENSAMIENTO ESPACIAL**



OBJETIVO

Desarrollar un postest con el fin de observar y analizar el proceso que obtuvieron las estudiantes de acuerdo a la propuesta planteada para la construcción y caracterización del cubo, por medio de una serie de problemas que llevarán a las estudiantes observar y analizar cada una de ellas para llegar a la respuesta.

INSTITUCIÓN: Anexa San Vicente de Paúl

GRADO: 4-A

NOMBRE DE LA ESTUDIANTE: _____

EDAD: _____

FECHA: _____

HORA DE INICIO: _____

HORA FINALIZADA: _____

POSTEST: MAQUETA DE LA CIUDAD



Unas estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl tienen pensando hacer para un proyecto de ciencias naturales una maqueta de la ciudad para mostrar las posibles causas de la contaminación ambiental en una ciudad. Para

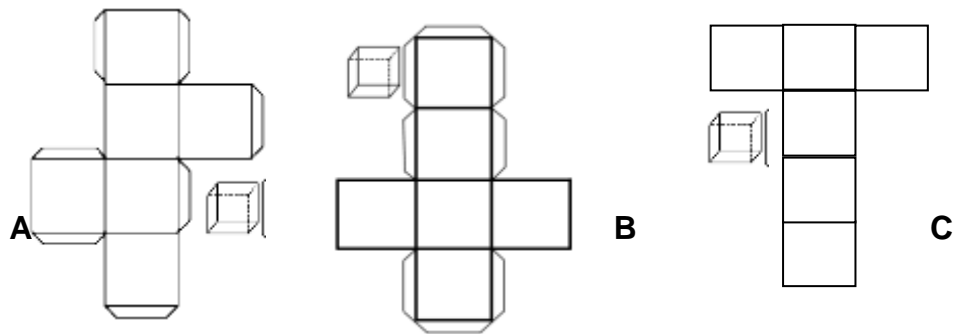
su construcción se deberá tener en cuenta las características del cubo ya que con este cuerpo geométrico realizarán cada uno de los elementos que conforman la maqueta de la ciudad como los edificios, las casas, el parque, el centro comercial, entre otras.

A continuación vas a encontrar una serie de preguntas para ayudar a las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl a construir la ciudad para su proyecto de ciencias. ¡MUCHA SUERTE!

Responde las preguntas **1, 2, 3, 4 y 5** con la siguiente información:

Las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl necesitan construir una casa con la ayuda del cubo.

1. ¿Cuál de las siguientes plantillas deben usar para construir la casa en forma de cubo?

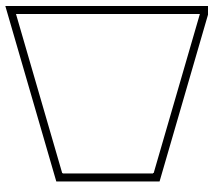


- e. A
- f. B
- g. C
- h. Cualquier plantilla de las anteriores

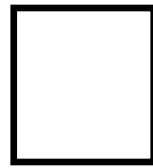
2. ¿Por qué escogiste esa respuesta?

3. ¿Cada cara del cubo que figura forma?

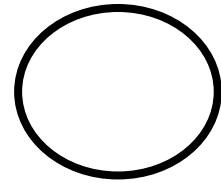
4. Las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl buscarán cajas para la construcción de una iglesia. ¿Cuál de las siguientes figuras se parece a la cara de un cubo?



A



B



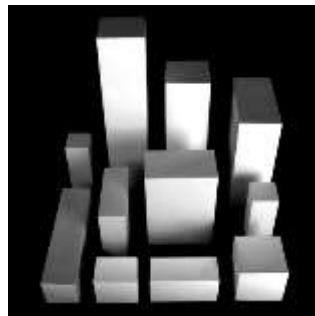
C

- e. C
- f. B
- g. A
- h. Ninguna

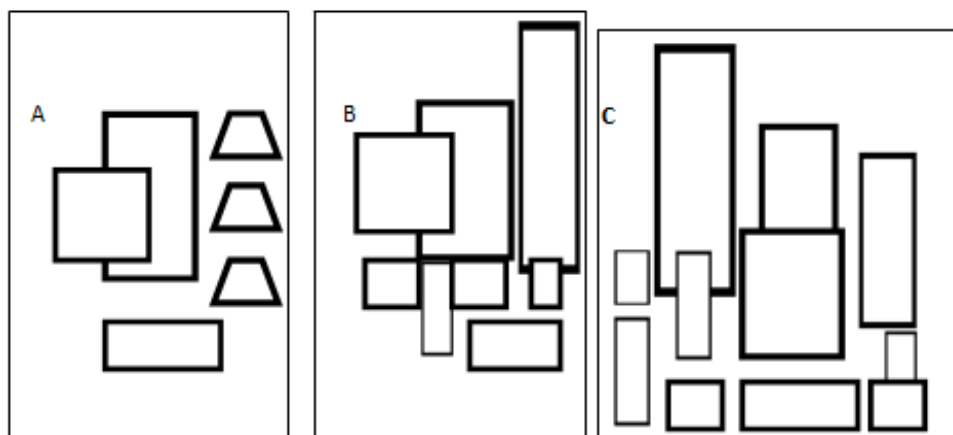
5. ¿Por qué escogiste esa respuesta?

Responde la pregunta **6** con la siguiente información:

Las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl tomaron la siguiente foto:



6. ¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a la fotografía?

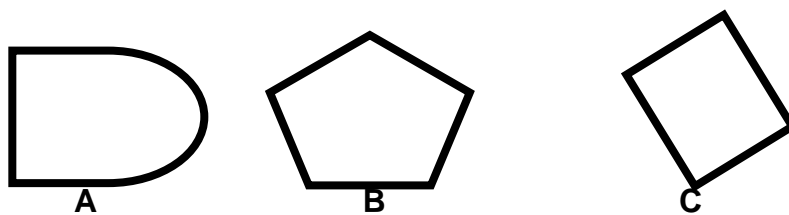


- i. Las de la figura A
- j. Las de la figura B
- k. Las de la figura C
- l. ninguna figura

Responde las preguntas 7 y 8 con la siguiente información:

Las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl utilizarán dados para la construcción de un centro comercial.

7. ¿Cuáles de las siguientes figuras serán parecidas a un dado?



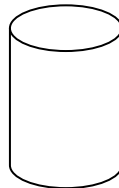
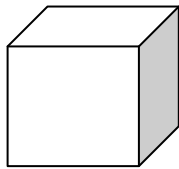
- e. B
- f. A
- g. C

8. ¿Qué sucedería si se hace un dado con la figura C?

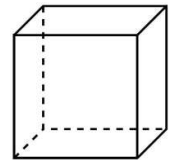
Responde las preguntas **9 y 10** con la siguiente información:

Las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl necesitan construir el parque de la ciudad pero aun no saben cuál es el nombre de los siguientes cuerpos geométricos que hicieron parte del parque.

9. Escribe el nombre de los que conozcas.



10. escribe 6 características del siguiente cuerpo geométrico



1 _____

2 _____

3 _____

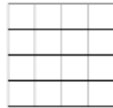
4 _____

5 _____

6 _____

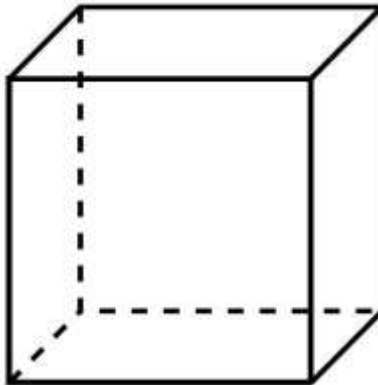
Responde las preguntas **11 y 12** con la siguiente información:

Juan Martín es un muñeco que va a vivir en la maqueta de la ciudad construida por las estudiantes y el comedor de su casa es como un cubo y necesitan saber cuál es el volumen de esa mesa en forma de cubo. Una de las caras de este comedor es como lo muestra la siguiente imagen:



11. ¿cuántos cuadros observaste en la imagen?

Según el cuerpo representado en la siguiente imagen, sabiendo que las medidas son $___ \times ___ \times ___ = ______$

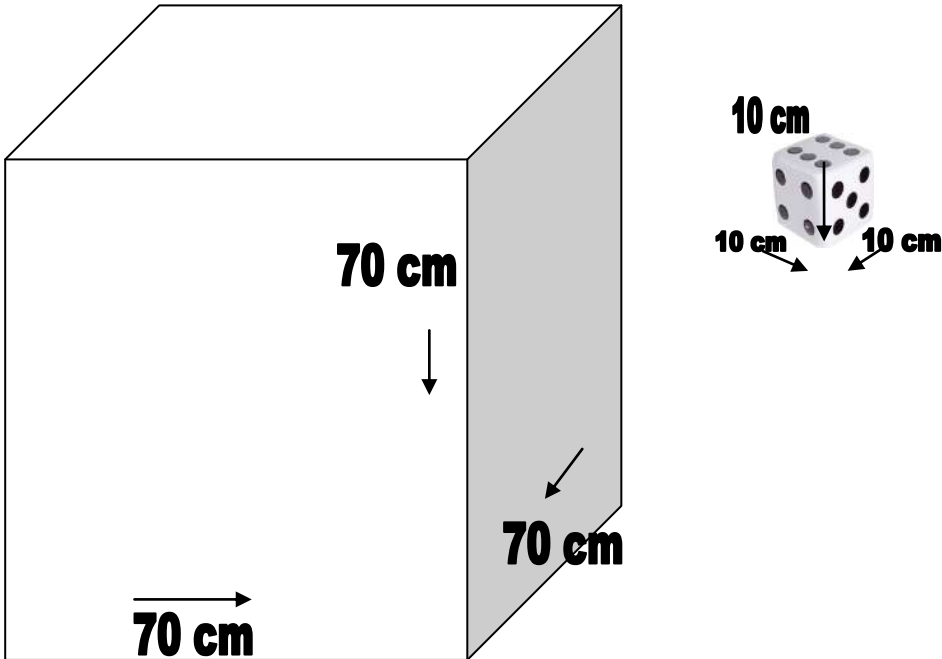


12. ¿Cuál es el volumen de este cubo?

- i. 16
- j. 45
- k. 64
- l. 143

Responde las preguntas **13, 14 y 15** con la siguiente información:

Para la construcción de un edificio de la ciudad, las estudiantes de la escuela Anexa San Vicente de Paúl necesitan guardar en cajas unos dados para que el edificio quede fuerte y saber las propiedades del cubo que se van a utilizar para esta construcción. En cada caja debe de ir los mismos dados; para esto tienes que observar las siguientes medidas:



13. ¿Cuántos dados deben de ir dentro de una caja?

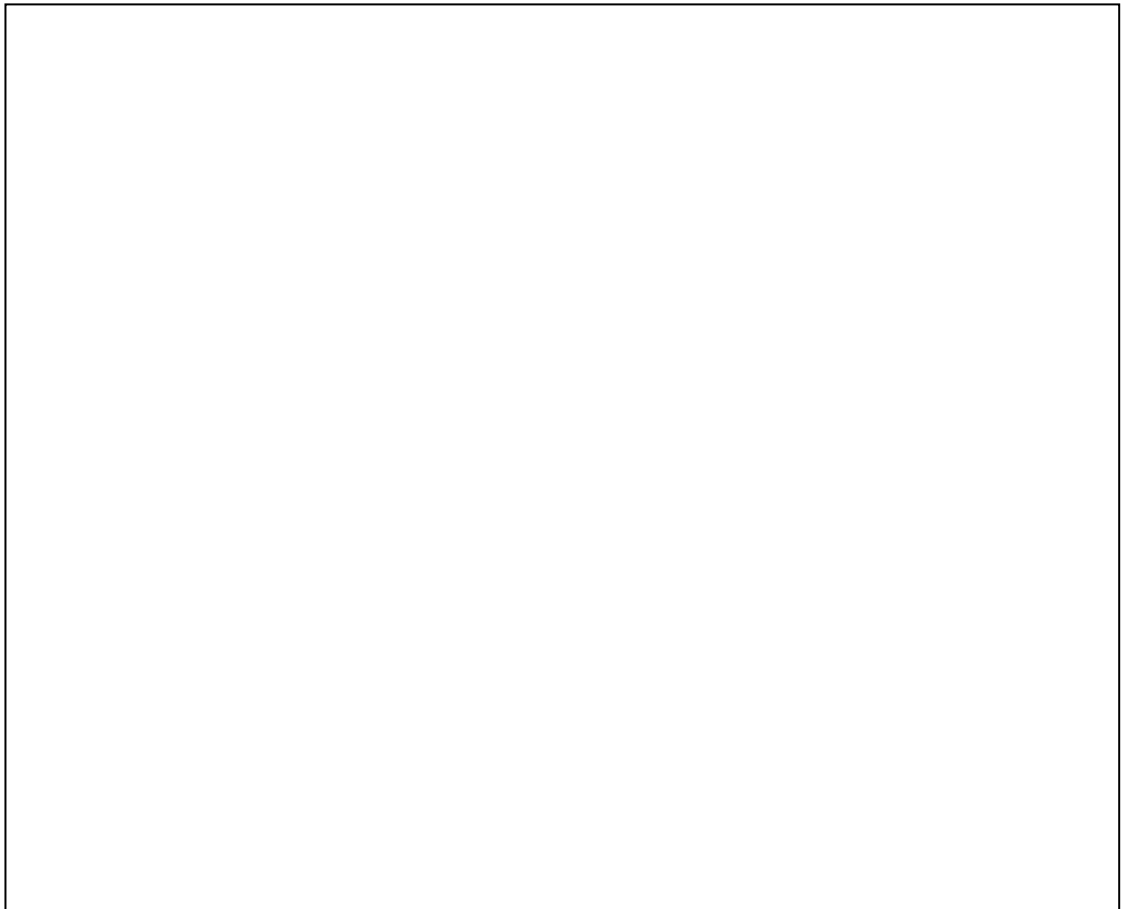
- e. 343
- f. 250
- g. 125
- h. 789

14. Si a una caja se le introducen 9 dados y estos se ubican a lo ancho de la caja y los dados miden 10 cm de largo, ancho y alto ¿cuánto mide el largo de la caja?

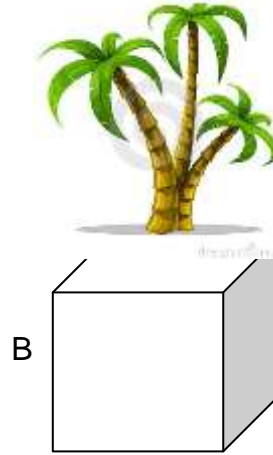
15. Si ya sabes que la medida del largo de la caja es ____ ¿cuánto debe de medir el ancho y el alto de la caja?

16. Lee las siguientes instrucciones, y realiza el punto a, b, c, d en el siguiente cuadro, dará como resultado una parte de la ciudad que se construirá para el proyecto de ciencias.

- e. Dos casas construidas con 2 cubos.
- f. Al frente de las casas el hospital con los cubos que necesites.
- g. Una carretera construida con 4 dados ubicado en la parte izquierda del hospital
- h. Un edificio ubicado enseguida de las dos casas.



17. Si a la maqueta de la ciudad se le colocan dos palmeras y sus bases son una más grande que la otra ¿cuántos grados miden las bases de las palmeras?



- A. A y B miden 90°
- B. A mide 30° y B mide 90°
- C. A mide 90° y B mide 88°
- D. B mide 90°

LA INFORMACIÓN AQUÍ ADQUIRIDA SOLO SON CON FINES ACADÉMICOS.