

**DISEÑO DE UN CONTROLADOR DE ESTRUCTURA CLÁSICA APLICADO A
UNA PLATAFORMA MÓVIL STEWART**

ADRIAN HUMBERTO SUAREZ OSORIO

DAVID ESTEBAN PATIÑO PARRA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

INGENIERÍA EN MECATRÓNICA

PEREIRA-RISARALDA

2023

**DISEÑO DE UN CONTROLADOR DE ESTRUCTURA CLÁSICA APLICADO A
UNA PLATAFORMA MÓVIL STEWART**

ADRIAN HUMBERTO SUAREZ OSORIO

DAVID ESTEBAN PATIÑO PARRA

Trabajo de grado para optar al título de ingeniero en mecatrónica

DIRECTOR

MS.c. ANGELO ANTONIO MARIN LÓPEZ

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

INGENIERÍA EN MECATRÓNICA

PEREIRA-RISARALDA

2023

Dedicatoria

A nuestras familias en especial a nuestros padres y hermanos. A todos ellos que siempre nos han apoyado de manera incondicional y nos han motivado para seguir adelante.

Agradecimientos

A nuestro director de proyecto de grado Angelo Marin; por acompañarnos en este proceso y por compartir sus valiosos conocimientos, mediante los cuales se hizo posible el desarrollo de este trabajo de grado.

A nuestros compañeros y profesores de ingeniería mecatrónica, que nos han acompañado y apoyado durante esta pequeña etapa de nuestras vidas.

Tabla de contenido

| | |
|--|----|
| Índice de figuras | 7 |
| Índice de tablas | 8 |
| Resumen | 9 |
| Introducción | 10 |
| Capítulo 1 | 11 |
| 1. Marco teórico | 11 |
| 1.1 Robot | 11 |
| 1.2 Robot paralelo..... | 11 |
| 1.3 Estado del arte de una plataforma Stewart | 15 |
| Capítulo 2 | 19 |
| 2. Control de estructura clásica | 19 |
| 2.1 Control en lazo cerrado | 19 |
| 2.2 Sistema de seguimiento con acción integral | 19 |
| 2.3 Observadores..... | 21 |
| Capítulo 3 | 23 |
| 3. Cinemática | 23 |
| 3.1 Cinemática inversa..... | 23 |
| 3.2 Modulación por ancho de pulso (PWM) | 25 |
| Capítulo 4 | 29 |
| 4. Análisis geométrico-estructural de la plataforma Stewart..... | 29 |
| 4.1 Análisis estructural | 29 |
| 4.2 Análisis geométrico de la plataforma | 30 |
| 4.2.1 Coordenadas (x, y) de la plataforma móvil..... | 32 |
| 4.2.2 Coordenadas eje z | 33 |
| Capítulo 5 | 36 |
| 5. Pruebas y resultados..... | 36 |
| 5.1 Primeros resultados aplicando control con seguimiento con acción integral | 37 |
| 5.2 Segunda prueba sobre el sistema controlado con seguimiento con acción integral | 37 |

Conclusiones39
Bibliografía40

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1. Estructura cinemática de un robot, a) serial, b) paralelo | 13 |
| Figura 2. Primera patente robot delta | 14 |
| Figura 3. Plataforma de Gough-Stewart | 15 |
| Figura 4. Primer mecanismo espacial paralelo | 15 |
| Figura 5. Primer robot industrial paralelo | 16 |
| Figura 6. Plataforma Gough..... | 16 |
| Figura 7. Plataforma Stewart | 17 |
| Figura 8. Simulador de movimiento de Klauss | 18 |
| Figura 9. Diagrama de bloques del sistema de seguimiento con acción integral y observador | 20 |
| Figura 10. Reconstrucción del estado usando sistema dinámico..... | 21 |
| Figura 11. Cinemática inversa de una plataforma Stewart..... | 25 |
| Figura 12. Parámetros plataforma Stewart | 25 |
| Figura 13. Salidas PWM de Arduino Mega | 26 |
| Figura 14. Serial PWM..... | 27 |
| Figura 15. Ciclo de trabajo al 25% | 27 |
| Figura 16. Ciclo de trabajo al 50% | 28 |
| Figura 17. Ciclo de trabajo al 75% | 28 |
| Figura 18. Plano de la base móvil..... | 31 |
| Figura 19. Diagrama de alturas entre las conexiones | 34 |
| Figura 20. Croquis de la plataforma base | 34 |
| Figura 21. Grafica de comportamiento del sistema controlado prueba 1 | 37 |
| Figura 22. Grafica de comportamiento del sistema controlado prueba 2 | 38 |

Índice de tablas

| | |
|---|----|
| Tabla 5.0 Datos medidos en la prueba real 1 sobre la planta | 37 |
| Tabla 5.1 Datos medidos en la prueba real 2 sobre la planta | 38 |

RESUMEN

En el presente trabajo se describe el proceso de control en lazo cerrado de estructura clásica de una plataforma móvil Stewart, el cual es diseñado a partir de una teoría de espacio de estados.

Inicialmente se realiza una cinemática inversa para obtener los datos iniciales del sistema, una vez obtenidos estos se procede a realizar el diseño del controlador de estructura clásica para cada una de las variables, luego se prueban las ganancias del controlador, definiendo la eficacia sobre el proceso.

INTRODUCCIÓN

La utilización de la robótica en diferentes tareas busca siempre obtener mejores resultados, siendo una aplicación el diseño de sistemas de movimiento o simuladores que poseen mecanismos, sistemas eléctricos, estrategias de control e interfaces gráficas que permiten ejecutar movimientos como lo realizaría un sistema real. [3]

El desarrollo de estos sistemas de movimiento hace que la simulación sea un componente principal en esta área. La simulación que es definida como “Una técnica numérica para dirigir experimentos en computadores”, estos experimentos contienen relaciones matemáticas y lógicas necesarias para describir el comportamiento de una estructura de sistemas complejos. Naylor & Bustamente definen la simulación como el proceso de diseñar un modelo de un sistema real e realizar pruebas con él para buscar entender el comportamiento de este sistema. [4][5]

En el área de robótica una de las ventajas del software para la simulación de robots, es la posibilidad de reproducir situaciones que no pueden ser creadas en la vida real debido a su costo o difícil producción. Para diseñar un simulador que tenga la capacidad de imitar movimientos específicos es necesario conocer cuáles son las características de velocidad, aceleración, sus características dinámicas y cinemáticas además de cuáles son sus limitaciones espaciales y finalmente de qué manera pueden ser controlados los diferentes actuadores para realizar las diferentes trayectorias planeadas. [4]

Capítulo 1

Marco teórico

A continuación se presenta una contextualización de la historia y el funcionamiento de las diferentes plataformas móviles y así ilustrar el funcionamiento de nuestra plataforma móvil Stewart.

1.1 Robot

Un Robot es un agente mecánico o virtual, usualmente una máquina electro-mecánica que es guiada por un programa de computador o circuitería electrónica.

Los robots pueden ser autónomos o semi-autónomos y van desde los humanoides hasta los robots industriales, robots colectivamente programados, e incluso nano robots microscópicos. Imitando apariencias similares a ciertas formas de vida o automatizando movimientos, un robot puede transmitir un sentido de inteligencia o pensamiento propio. [7]

1.2 Robot paralelo

Un robot paralelo está constituido por un efector final con n grados de libertad, y una base fija, enlazados entre sí por al menos dos cadenas cinemáticas independientes.

La actuación tiene lugar a través de n actuadores simples. Esta condición hace que los manipuladores paralelos tengan una mayor rigidez (estabilidad estructural), puedan trabajar a mayor velocidad, mayor relación carga/peso y cuenten con más precisión que los robots de cadena abierta o seriales, que son los más comunes en la industria y en la academia. [7]

Un Robot Delta es un tipo de robot paralelo. Se compone de tres brazos conectados a las juntas de articulación en la base. La característica clave del diseño es el uso de paralelogramos en los brazos, lo que mantiene la orientación del efector final.

Los Robots Delta tienen uso popular en la recolección y el envasado en las fábricas, ya que puede ser muy rápido, algunas ejecutan hasta 300 pasadas por minuto.

Teniendo en cuenta su estructura, los robots se pueden clasificar en: Robots tipo serie y robots paralelos. [7]

- Serie

Los robots tipo serie están formados por una cadena cinemática abierta, con una estructura similar al brazo humano (antropomórficos).

Los robots tipo serie se vienen utilizando desde hace varias décadas en múltiples aplicaciones, siendo raro el proceso industrial automatizado en el que no se utilicen. [7]

- Paralelos

Los robots paralelos están formados por dos plataformas, una fija y otra móvil, unidas por varias cadenas cinemáticas en paralelo, y por ello, forman cadenas cinemáticas cerradas. [7]

Los robots paralelos se clasifican de acuerdo a la cantidad de grados de libertad del manipulador, y los hay clasificados desde los tres grados de libertad hasta los seis grados de libertad. Entre los manipuladores de 3 grados de libertad se encuentran los manipuladores de translación, los manipuladores de orientación y los manipuladores de grados de libertad combinados. Y es dentro de los manipuladores de translación que aparece el Robot Delta, como el más famoso de tres grados de libertad. Este robot fue desarrollado inicialmente en *École Polytechnique de Lausanne* por Clavel, cabe anotar que aquí también pertenece la Plataforma Stewart.

A partir de entonces, estos robots han sido utilizados para distintas tareas y en distintos entornos. [7]

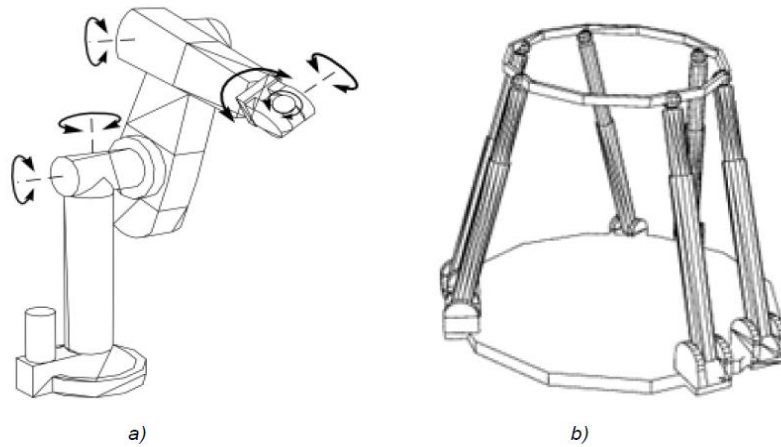


Figura 1. Estructura cinemática de un Robot, a) serial, b) paralelo. [7]

Las características de los robots paralelos frente a los robots tipo serie son:

Como inconveniente, tienen menor espacio de trabajo.

Como ventajas, la relación masa del robot frente a carga a soportar es mucho menor por lo que admiten mayores aceleraciones durante su movimiento, y por ello, mayores velocidades, también tienen mayor rigidez y precisión ya que soportan la carga por medio de varios brazos en paralelo.

Otra ventaja de los manipuladores paralelos es que los motores de los actuadores están instalados en la plataforma fija, y por ello, son fijos. En cambio en los robots tipo serie los motores de los actuadores están montados en las articulaciones de los diferentes eslabones que componen el robot, lo que hace que la mayor parte de los motores tengan ciertos desplazamientos aumentando las masas móviles y con ello las fuerzas de inercia y el riesgo de averías.

A pesar de las ventajas enunciadas, la utilización de los robots paralelos es mucho menor que la de robots tipo serie, quizás debido a su más tardío desarrollo. [7]

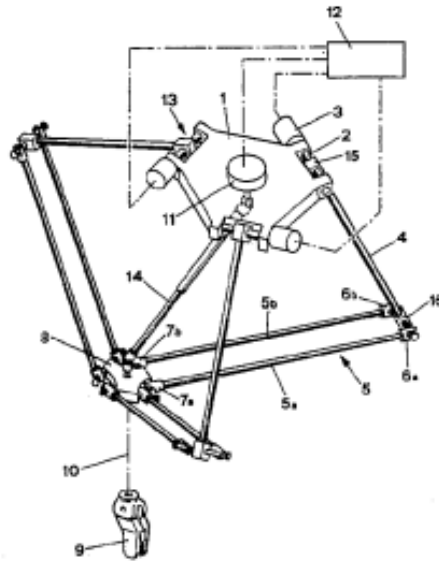


Figura 2. Primera patente Robot Delta. [7]

El robot paralelo de interés en este proyecto es aquel que presenta las siguientes características: [7]

- Las cadenas cinemáticas en serie están conformadas únicamente por dos elementos que forman una articulación prismática. Este tipo de articulación permite que un elemento se deslice respecto a otro a lo largo de un eje definido por la geometría de la articulación, por lo que los actuadores se pueden ver como patas de longitud variable.
- El número de cadenas cinemáticas que tiene el robot son seis y es igual a los GDL que presenta.
- Las articulaciones que une a los actuadores con la base y con el efector final son de tipo esféricas. Una articulación esférica permite que un elemento gire respecto al otro libremente alrededor de la articulación, por lo tanto, permite que el actuador y la base se acomoden al movimiento que se está realizando.

1.3 Estado del arte de una plataforma Stewart

Este tipo de robot se conoce como plataforma de Gough-Stewart, o simplemente plataforma Stewart, y debe su nombre a Gough, quien estableció las primeras nociones de un robot con estas características y construyó un prototipo en 1955, y a Stewart quien propuso una topología similar para implementar un simulador de vuelo. La Figura 3 muestra una foto de un robot cuyo diseño está basado en una plataforma de Gough-Stewart. [8]



Figura 3. Plataforma de Gough-Stewart. [8]

El primer mecanismo paralelo fue planteado en 1931. Se trataba de una plataforma de movimiento destinada a la industria del entretenimiento. [6][9]

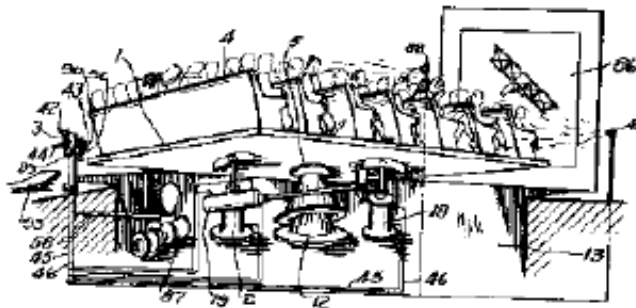


Figura 4. Primer mecanismo espacial paralelo. [6][9]

El primer diseño de un robot industrial paralelo fue en 1940, Willard Pollard presento un ingenioso robot de 5 GDL destinado a operaciones de pintura con spray. [6][9]

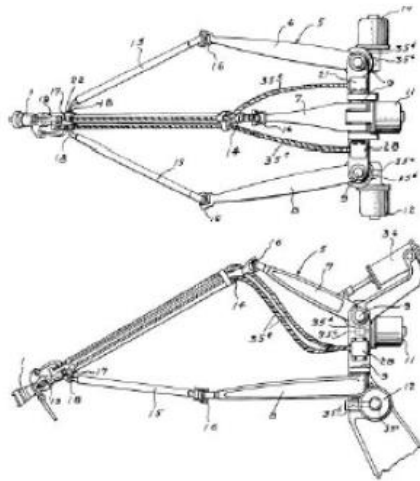


Figura 5. Primer robot industrial paralelo. [6][9]

El Dr. Eric Gough en 1947 diseñó un octaedro hexápodo con lados de longitud variable, como plataforma para la comprobación del comportamiento de los neumáticos de la casa Dunlop, bajo cargas aplicadas en diferentes ejes. De esta manera intentaba simular el proceso de aterrizaje de un avión. [6][9]



Figura 6. Plataforma Gough. [6][9]

En 1965 el señor Stewart presentó un artículo en el que describía una plataforma de 6 GDL destinada a trabajar como simulador de vuelo. Donde la conjunción de las diversas cadenas cinemáticas del mecanismo podía proveer varios y complejos movimientos de la cabina de un piloto en entrenamiento. [6][9]

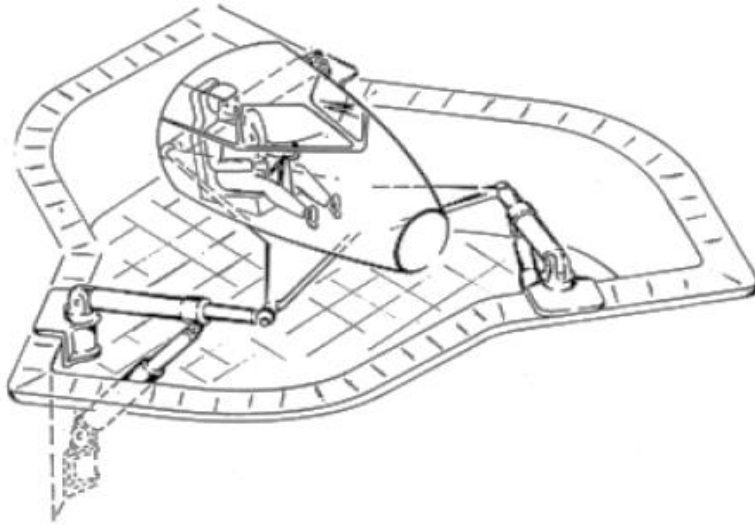


Figura 7. Plataforma Stewart. [6][9]

El Ing. Klaus Cappel patentó en 1967 un simulador de movimiento basado en un hexápodo y construyó varias de sus invenciones. [6][9]

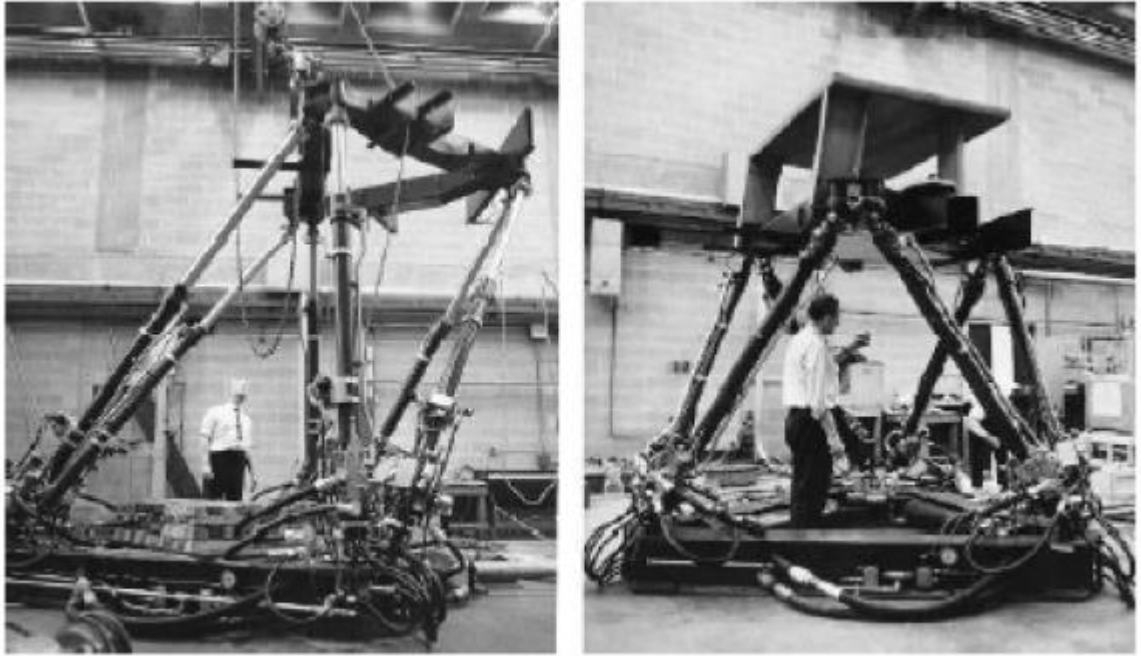


Figura 8. Simulador de movimiento de Klaus. [6][9]

En la actualidad los robots se están desarrollando rápidamente gracias al avance tecnológico que estamos viviendo, esto se debe que ahora se pueden conectar y comunicar plataformas robóticas con otros dispositivos externos, tales como: cámaras, ordenadores, sensores, microcontroladores, etc. [9]

Capítulo 2

Control de estructura clásica

En este capítulo se concentra toda la contextualización para el diseño de los controladores que se usaron en el desarrollo del proyecto.

2.1 Control en lazo cerrado

Este tipo de controlador cuenta con una realimentación por ganancia unitaria, teniendo en cuenta que las ganancias del controlador son calculadas de la manera más robusta obteniendo así errores en estado estacionario no superiores al 5% como lo dice la teoría de control. [1]

2.2 Sistema de seguimiento con acción integral

El principio básico de este controlador es introducir el acumulado del error en la señal de control, haciendo uso de un integrador como se muestra en la figura 9, por medio de este y la realimentación de las variables de estado se logra reducir las perturbaciones de carga y las fluctuaciones creadas por el error en la medida que se inyecta al sistema, además de solucionar el problema de seguimiento. [2]

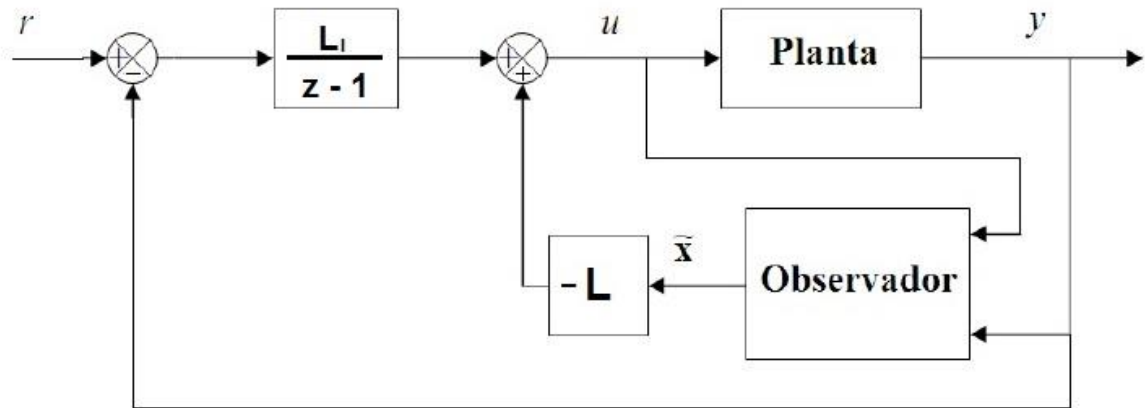


Figura 9. Diagrama de bloques del sistema de seguimiento con acción integral y observador. [2]

El sistema mostrado puede ser descrito de la siguiente forma:

$$x(k+1) = \phi x(k) + \Gamma u(k) \quad (2.0)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$\tilde{x}(k+1) = \phi \tilde{x}(k) + \Gamma u(k) + K(y(k) - C\tilde{x}(k))$$

$$e(k) = r(k) - Cx(k)$$

$$u(k) = -L\tilde{x}(k) + L_I e(k)$$

Este sistema se puede escribir en forma matricial definiendo un vector de estados aumentado de la forma.

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ -C & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (2.1)$$

$$y(k) = [C \quad 0]x(k) \quad (2.2)$$

Con una ley de control

$$u(k) = -[L \quad -L_I]x(k) \quad (2.3)$$

El vector de ganancias $[L \ -L_I]$ se determina con la fórmula de ackermann, si el sistema es controlable.

2.3 Observadores

Para el control con reubicación de polos se asume que los estados son medibles, sin embargo, esta suposición es poco realística. Por lo cual se deben estimar estos valores haciendo uso de un observador. [2]

Un observador es un subsistema de un sistema de control, que permite estimar los valores de las variables de estado a partir de los valores medidos de las salidas y la señal de control del proceso, siempre en cuando el sistema sea observable. [1]

Supóngase que el estado x es aproximado por el estado \tilde{x} de un modelo dinámico de la forma (2.4) y (2.5), representando un observador en lazo abierto.

$$\tilde{x}(k + 1) = \phi \tilde{x}(k) + \Gamma u(k) \quad (2.4)$$

$$\tilde{y}(k) = C \tilde{x}(k) \quad (2.5)$$

Donde sí los elementos de las matrices ϕ y Γ son idénticas a las del sistema y si las condiciones iniciales son las mismas, entonces el estado aproximado será idéntico al del sistema real. Si las condiciones iniciales son diferentes la propia dinámica del sistema hará que la aproximación del estado tienda al valor real del mismo, solo si el sistema es estable. [2]

Para mejorar el rendimiento del observador se puede hacer uso de las salidas medidas, reconstruyendo la ecuación (2.4) de la forma:

$$\tilde{x}(k + 1) = \phi \tilde{x}(k) + \Gamma u(k) + K(y(k) - C \tilde{x}(k)) \quad (2.6)$$

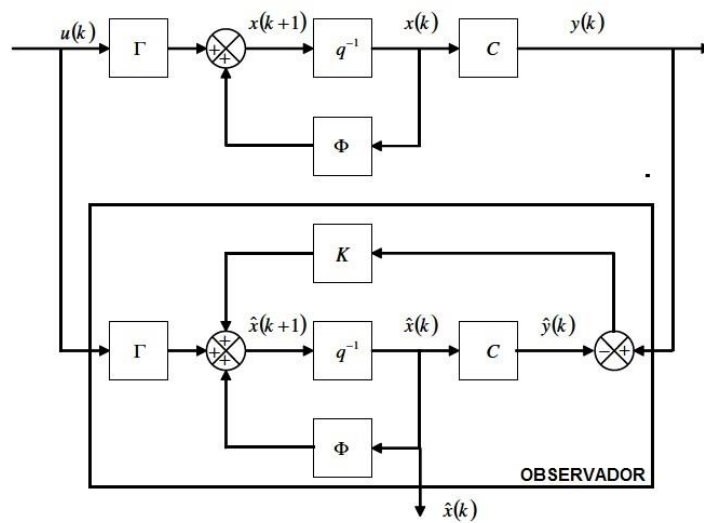


Figura 10. Reconstrucción del estado usando un sistema dinámico. [2]

Donde K es una matriz de ganancias. La cual es escogida de tal manera que mejore el rendimiento y estabilidad del sistema, es decir, que haga que el error entre el estado aproximado de un sistema y el valor real tienda a cero, aun si el sistema es inestable.

La figura 10 muestra la reconstrucción del modelo del observador de un sistema dinámico.

Para el cálculo de los valores de K, se usa el mismo principio que se usó para determinar los valores de L. Donde los polos del observador deben permitir que el sistema se recupere rápidamente de los errores iniciales, pero que tengan poca sensibilidad ante los errores de medida. Usando la fórmula de Ackermann se obtiene un K de la forma:

$$K = P(\phi)W_c^{-1}[0 \ \dots \ 0 \ 1]^T \quad (2.7)$$

Donde W_c es la matriz observable del sistema que está dada por:

$$W_c = \begin{bmatrix} C \\ C\phi \\ \vdots \\ C\phi^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Capítulo 3

Cinemática

Para implementar un sistema de control primero hay que describir cómo va a funcionar la Plataforma Stewart.

Primero se hará el análisis de la cinemática inversa del prototipo y de esta manera saber cuál es el área de trabajo del Robot. Luego al ser enviada una señal de control cualquiera por medio del primer sensor (referencia) y con un programa determinado a las entradas digitales del controlador, y por medio de las salidas digitales del Arduino y por medio del segundo sensor (salida) se envían señales a las entradas PWM de los servos-motores para que estos a su vez ejecuten el movimiento del efector final dentro el rango de operatividad calculado anteriormente.

3.1 Cinemática inversa

Para que la Plataforma Stewart genere movimientos habrá que determinar lo siguiente:

En Robótica, la Cinemática inversa (IK) es la técnica que permite determinar el movimiento de una cadena de articulaciones para lograr que un actuador final se ubique en una posición concreta. El cálculo de la cinemática inversa es un problema complejo que consiste en la resolución de una serie de ecuaciones cuya solución normalmente no es única.

El objetivo de la cinemática inversa es encontrar los valores que deben tomar las coordenadas articulares del robot para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial. Depende de la configuración del robot (existen soluciones múltiples).

Siempre que se especifica una posición de destino y una orientación en términos cartesianos, debe calcularse la cinemática inversa del dispositivo para poder despejar los ángulos de articulación requeridos. Los sistemas que permiten describir destinos en términos cartesianos son capaces de mover el manipulador a puntos que nunca fueron capaces de mover el espacio de trabajo a los cuales tal vez nunca haya ido antes. A estos puntos los llamaremos puntos calculados.

El movimiento de una cadena cinemática ya sea si es un robot o un personaje animado es modelado por ecuaciones cinemáticas propias de la misma cadena.

Estas ecuaciones definen la configuración de la cadena en términos de sus parámetros. [10][11][12]

En la figura 11 muestra el esquema simplificado de una Plataforma Stewart, que consta de dos plataformas: la fija, en la cual se ubican los actuadores que para este tipo de robot consisten en motores rotativos, colocados a la misma distancia del centro O en los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6 y la plataforma móvil que porta el efector del Robot, ubicada adecuadamente en el centro del triángulo. Las dos plataformas están unidas entre sí por seis estructuras de barras idénticas conformadas por una biela a cada uno de los motores y por un brazo, este último está unido a la biela y a la plataforma móvil por medio de juntas esféricas.

El problema cinemático en un Robot consiste en encontrar la relación de la posición del efector final y los ángulos (o posiciones) de los actuadores, en el caso de la Plataforma Stewart, el análisis cinemático inverso busca encontrar la relación entre la posición de la plataforma móvil, específicamente el punto P $[X_0, Y_0, Z_0]$ y los ángulos de los brazos $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ y θ_6 donde están colocados los motores, como se muestra, en la figura 12. El brazo tiene una longitud L1, éste se toma como referencia para el análisis de los puntos A y B. [10][11][12]

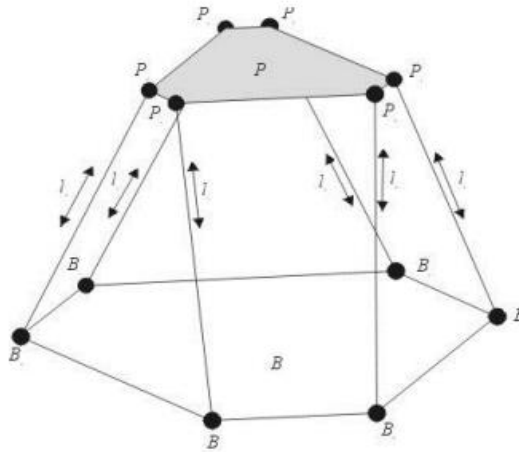


Figura 11. Cinemática inversa de una Plataforma Stewart. [12]

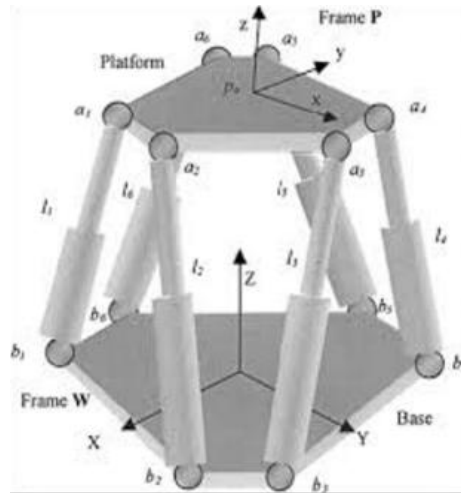


Figura 12. Parámetros Plataforma Stewart. [12]

3.2 Modulación por ancho de pulso (PWM)

La modulación de ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés) de una señal es una técnica que logra producir el efecto de una señal analógica sobre una carga, a partir de la variación de la frecuencia y ciclo de trabajo de una señal digital. El ciclo de trabajo describe la cantidad de tiempo que la señal está en un estado lógico alto, como un porcentaje del tiempo total que esta toma para completar un ciclo completo.

El PWM se ha convertido en una práctica habitual de los interruptores de potencia modernos, controlando la energía de inercia. Esta acción tiene en cuenta la modificación del proceso de trabajo de una señal de tipo periódico. Puede tener varios objetivos, como tener el control de la energía que se proporciona a una carga o llevar a cabo la transmisión de datos. [13]

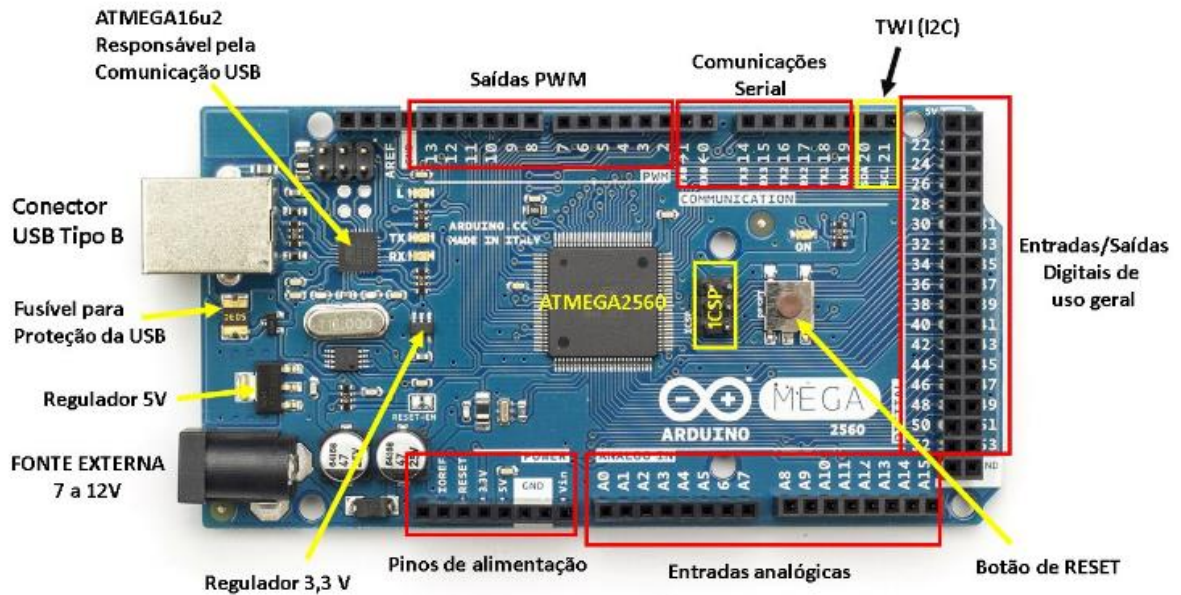


Figura 13. Salidas PWM de Arduino MEGA. [13]

La función PWM requiere de un circuito en el cual hay distintas partes bien diferenciadas entre sí. El comparador es lo que se convierte en el nexo, contando con una salida y un total de dos entradas distintas. A la hora de configurarlo se debe tener en cuenta que una de las dos entradas se centra en dar espacio a la señal del modulador. Por su lado, la segunda entrada tiene que estar vinculada con un oscilador de tipo de dientes de sierra para que la función se pueda llevar a cabo con éxito. La señal que proporciona el oscilador con dientes de sierra es lo que determina la salida de la frecuencia. Es un sistema que ha dado buenos resultados de funcionamiento, convirtiéndose en un medio muy utilizado en cuanto a la disponibilidad de recursos energéticos. [13]

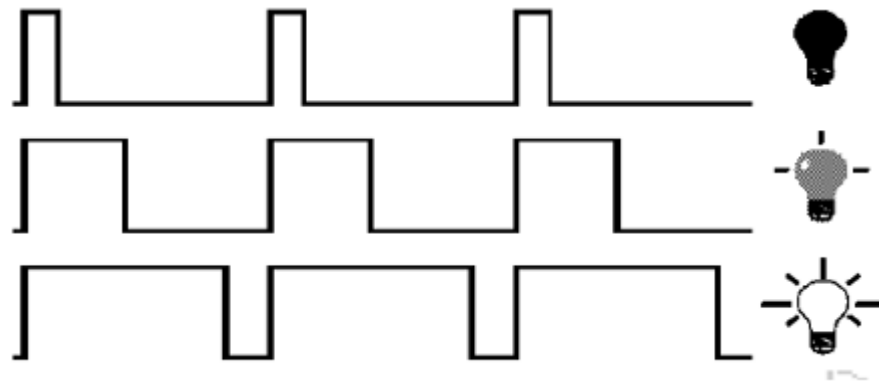


Figura 14. Señal PWM. [13]

Para crear una señal de 3V dada una fuente digital que puede ser alta (5V) o baja (0V), usted podría utilizar un PWM con un ciclo de trabajo del 60%. El cual generaría una señal de 5V el 60% del tiempo. Si la señal es conmutada lo suficientemente rápido, el voltaje visto en las terminales del dispositivo parecerá ser el valor promedio de la señal. Si el estado lógico bajo es 0V (que es el caso más común) entonces el voltaje promedio puede ser calculado multiplicando el voltaje que represente el estado lógico alto por el ciclo de trabajo, o $5V \times 0.6 = 3V$. Seleccionar un ciclo de trabajo del 80% sería equivalente a 4V, un 20% a 1V, y así sucesivamente. A continuación se muestran algunos gráficos demostrando señales PWM con diferentes ciclos de trabajo. [11]

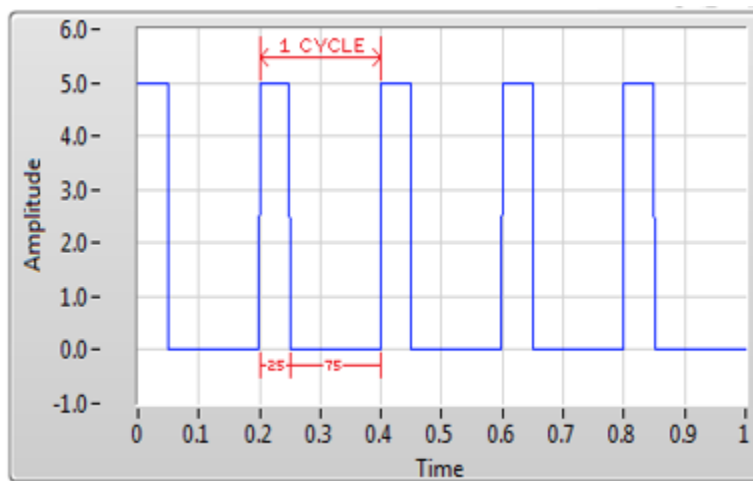


Figura 15. Ciclo de trabajo al 25%. [11]

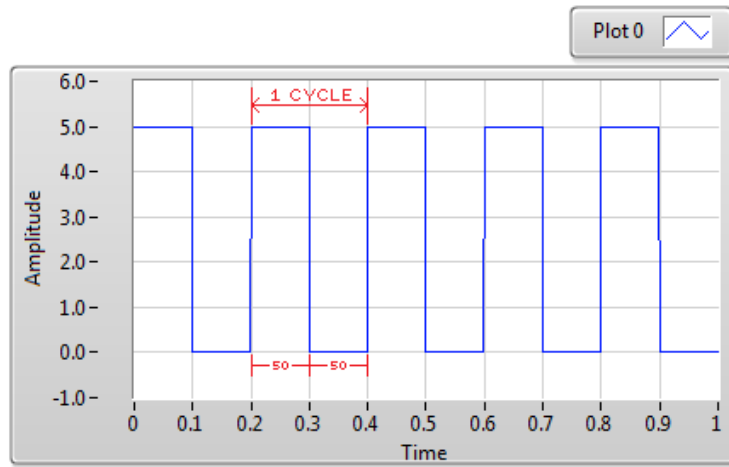


Figura 16. Ciclo de trabajo al 50%. [11]

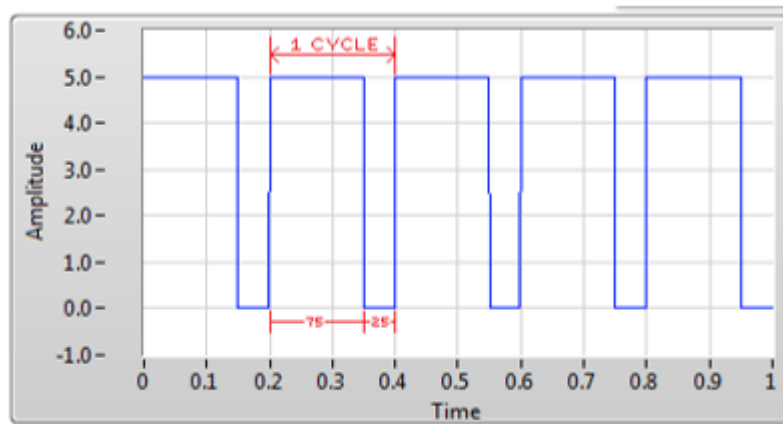


Figura 17. Ciclo de trabajo al 75%. [11]

Capítulo 4

Análisis geométrico-estructural de la plataforma Stewart

Como se mostró en el capítulo 1, la plataforma Stewart es un mecanismo paralelo, donde se tiene 6 grados de libertad, ya que posee varias articulaciones redundantes con las cuales se puede lograr una posición o trayectoria de diferentes formas.

4.1 Análisis estructural

En mecanismos un grado de libertad es cada uno de los movimientos básicos (giratorio o de traslación) independientes que una articulación permite efectuar entre dos eslabones y una cadena. De este modo, el número de grados de libertad de un mecanismo viene dado por cada uno de los grados de libertad de sus articulaciones. El número de grados de libertad de un mecanismo puede ser calculado mediante la ecuación de Grubler. [4]

$$m = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i - I_f \quad (4.0)$$

Donde:

m: número de grados de libertad del sistema

λ : grados de libertad del espacio de trabajo del mecanismo

n : número de eslabones fijos del mecanismo

j : número de juntas del mecanismo

f_i : grados de movimiento relativos por junta

f_f : grados de libertad pasivo del sistema

Un grado de libertad pasivo es cuando un eslabón binario se encuentra conectado en el mecanismo mediante una combinación de articulaciones, donde no es posible la transmisión de fuerza o torque y por consecuencia movimiento sobre el eje, es por esto que se reduce la movilidad de un mecanismo. [4]

Al evaluar los mecanismos de la Plataforma Stewart a implementar se tiene que:

- $\lambda = 6$ (seis grados de libertad).
- $n = 14$ (biela y manivela), la plataforma base y la plataforma fija, sumando cada articulación.
- $j = 18$ (rotulas) que conectan la manivela y la junta rotacional que transmite el movimiento al eje del motor del sistema.
- $f_i = 3$ grados de libertad para las juntas esféricas (rótulas), 1 grado de libertad para las juntas rotacionales.
- $f_f = 6$ grados de libertad pasivos

Al sustituir la ecuación 1 se tiene:

$$m = 6(14 - 18 - 1) + \sum_{i=1}^{12} 3 + \sum_{i=1}^6 1 - 6 = 6 \quad (4.1)$$

Como se puede observar en la ecuación 1 resuelta, la Plataforma Stewart es un robot paralelo de 6 grados de libertad, por lo tanto, es capaz de tener traslación y rotación en los tres ejes coordenados. [4]

4.2 Análisis geométrico de la plataforma

Para el análisis geométrico de la Plataforma, se toma un triángulo rectángulo como base para su diseño, el cual llevara los brazos tanto superiores como inferiores y estos deben estar separados 60° cada uno, para así garantizar el funcionamiento del robot, evitando colisiones. [10][11][14][15]

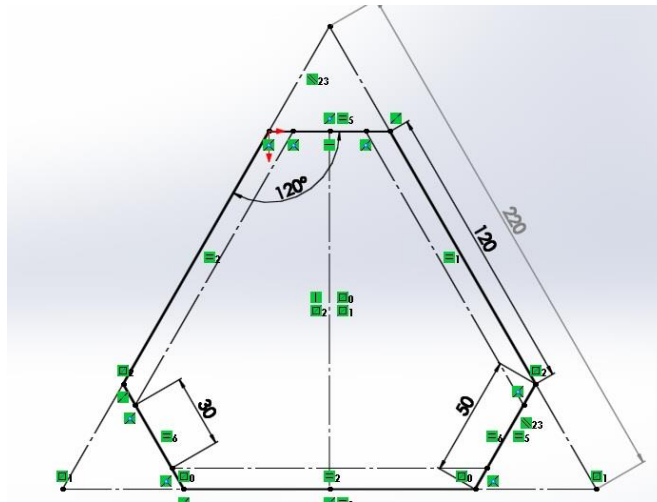


Figura 18. Plano de la base móvil. Fuente: Autores.

Se nombra cada uno de sus lados para mejorar su análisis.

- DL: Lado mayor o lado del triángulo equilátero.
- dp: Lado menor o lado el cual corta el triángulo equilátero.
- dl: Lado consecuente al corte del lado menor.
- da= Distancia entre las conexiones de las articulaciones

Para hallar las coordenadas de las juntas se debe saber el valor o la relación de la altura del triángulo equilátero con cada uno de sus lados. Se puede obtener de la ecuación de la altura de un triángulo equilátero u obtenerla por medio de la siguiente deducción. Si se divide el triángulo equilátero en dos triángulos rectángulos se puede deducir que la altura es igual al cateto opuesto y su respectiva ecuación se obtendría por seno. [16]

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} DL \quad (4.2)$$

En las dos situaciones se debe conocer DL.

$$DL = dl + 2dp \quad (4.3)$$

Usando (4.2 y 4.3) se obtiene la ecuación para calcular la altura del triángulo.

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} * (dl + 2dp) \quad (4.4)$$

$$h = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} dl + \sqrt{3} dp \right) \quad (4.5)$$

La posición de los ejes X y Y, es un dato muy importante que falta, para esto se recurre a la teoría del Centroide para un triángulo equilátero. [16]

$$\text{centroide} = \frac{1}{3} h \quad (4.6)$$

Finalmente se obtiene todo lo necesario para determinar las coordenadas o posiciones de las juntas para la Plataforma Stewart en cada una de las bases.

1. $\left(\frac{DL}{2} - dp, -\frac{1}{3} h \right) = [6, 6.3509]$
2. $\left(\frac{DL}{2} - \frac{dp}{2}, -\frac{1}{3} h + dp \sin(60) \right) = [8.5, 2.0207]$
3. $\left(\frac{dp}{2}, \frac{2}{3} h - dp \sin(60) \right) = [2.5, 8.3716]$
4. $\left(-\frac{dp}{2}, \frac{2}{3} h - dp \sin(60) \right) = [-2.5, 8.3716]$
5. $\left(-\frac{DL}{2} + \frac{dp}{2}, -\frac{1}{3} h + dp \sin(60) \right) = [-8.5, -2.0207]$
6. $\left(-\frac{DL}{2} + dp, -\frac{1}{3} h \right) = [-6, -6.3509]$

Se establece la posición 1 como la articulación conectada en la parte inferior derecha y se van evaluando las posiciones de derecha hacia izquierda.

4.2.1 Coordenadas (x, y) de la plataforma móvil

La distancia de 30 mm= da que se puede observar en la figura 16, muestra los puntos en los cuales están conectadas cada una de las articulaciones, por lo tanto, se procede a encontrar de manera geométrica y analítica dichos puntos. Teniendo en cuenta que las articulaciones están conectadas de forma simétrica.

$$\frac{dp-da}{2} = m \quad (4.7)$$

Donde el resultado de 4.7 es la distancia desde el borde hasta la conexión de la articulación. Finalmente se tiene:

1. $\left(\frac{DL}{2} - dp + m\cos(60), -\frac{1}{3}h + m\sin(60)\right) = [6.5, -5.4848]$
2. $\left(\frac{DL}{2} - \frac{dp}{2} - m\cos(60), -\frac{1}{3}h + dp\sin(60) - m\sin(60)\right) = [8, -2.8868]$
3. $\left(\frac{dp}{2} - m, \frac{2}{3}h - dp\sin(60)\right) = [1.5, 8.3716]$
4. $\left(-\frac{dp}{2} + m, \frac{2}{3}h - dp\sin(60)\right) = [-1.5, 8.3716]$
5. $\left(-\frac{DL}{2} + \frac{dp}{2} + m\cos(60), -\frac{1}{3}h + dp\sin(60) - m\sin(60)\right) = [-8, -2.8868]$
6. $\left(-\frac{DL}{2} + dp - m\cos(60), -\frac{1}{3}h + m\sin(60)\right) = [-6.5, -5.4848]$

4.2.2 Coordenadas eje z

Las coordenadas en el eje z que es la altura, se establecen en un valor de 133 mm para la posición más baja que puede tener la plataforma, en la figura 19 se puede observar que el valor es la diferencia de la medición de donde están conectadas las articulaciones y el centro de los ejes de los servos-motores, así pues, en la parte alta se tienen 173 mm aproximadamente y en el eje de los servos-motores se tienen 40 mm aproximadamente para una diferencia total de 133 mm.

Se puede observar la medición con los servos-motores posicionados en 270° (0 grados para el posicionamiento del control de los servos).



Figura 19. Diferencia de alturas entre las conexiones. Fuente: Autores.

Coordenadas (x, y) de la plataforma base. Para cálculos posteriores es necesario conocer donde estarán posicionados los ejes de los servo-motores.

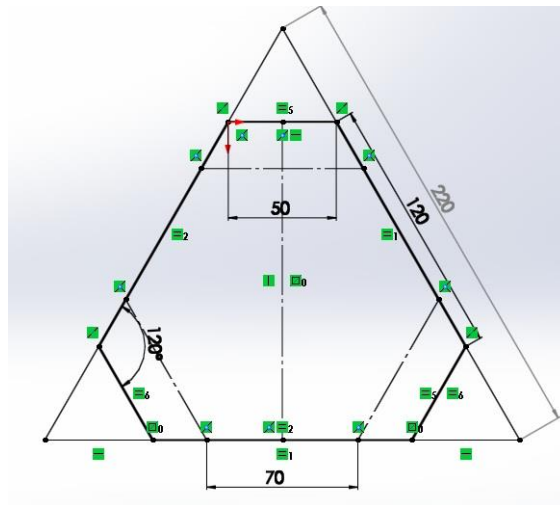


Figura 20. Croquis de la plataforma base. Fuente: Autores.

Para conocer la distancia del borde hasta la posición del eje del motor se calcula teniendo en cuenta que hay un espacio entre cada eje de $70\text{mm}=dm$ y de forma simétrica a cada borde.

$$\frac{dl-dm}{2} = b \quad (4.8)$$

Donde:

- dm = Distancia entre los ejes de los servos-motores.
- b = Distancia desde el borde de la base hasta la posición del eje del servomotor.

Las coordenadas de la plataforma base son:

1. $\left(\frac{DL}{2} - dp - b, -\frac{1}{3}h\right) = [3.5, -6.3509]$
2. $\left(\frac{DL}{2} - \frac{dp}{2} - b\cos(60), -\frac{1}{3}h + dp \sin(60) + b\sin(60)\right) = [7.25, 0.1443]$
3. $\left(\frac{dp}{2} + b\cos(60), \frac{2}{3}h - dp \sin(60) - b\sin(60)\right) = [3.75, 6.2025]$
4. $\left(-\frac{dp}{2} - b\sin(60), \frac{2}{3}h - dp \sin(60) + b\sin(60)\right) = [0.3349, 10.5366]$
5. $\left(-\frac{DL}{2} + \frac{dp}{2} + b\cos(60), -\frac{1}{3}h + dp \sin(60) + b\sin(60)\right) = [-7.25, 0.1443]$
6. $\left(-\frac{DL}{2} + dp + b, -\frac{1}{3}h\right) = [-3.5, -6.3509]$

Se establece para la coordenada en el eje Z el valor de 0 mm desde el centro de los ejes de los servos-motores.

El análisis geométrico de la plataforma que se acaba de realizar, es necesario para posteriores cálculos cinemáticos del robot.

Capítulo 5

Pruebas y resultados

Para probar el desempeño del controlador se plantea una serie de pruebas, las cuales consisten en llevar el sistema a una referencia específica, tomando el tiempo que tarda el proceso en realizar esta acción y el error obtenido una vez la salida estabilice. Hecho esto se procederá a modificar la referencia y se tomaran nuevamente las medidas mencionadas. Esta prueba se repetirá al menos dos veces en puntos de referencia diferentes con el fin de observar la adaptación del sistema en diferentes puntos de operación.

Para el sistema mostrado en la figura 19 se observan los actuadores como servomotores, por lo tanto se debe importar el servo-motor y parametrizar en simulink, obteniendo así la siguiente representación en espacio de estados del sistema.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -236.76 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.4931e^7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = [0]$$

Se debe tener en cuenta que para realizar el controlador presentado en el capítulo 2, se usó un tiempo de muestreo de 100 ms y los polos en lazo cerrado para determinar las ganancias de regulación y seguimiento integral son de 0.6.

5.1 Primeros resultados aplicando control con seguimiento con acción integral

A continuación se plantea una tabla en la cual se consignaran los valores medidos en las pruebas.

En donde se observa que las respuestas del proceso fueron rápidas, teniendo en cuenta la alta velocidad de reacción del sistema. El controlador estabiliza la señal de salida con un error en estado estacionario casi nulo.

| Referencia | Salida | Error estacionario |
|------------|--------|--------------------|
| 3 | 3.4 | 0.4 |
| 7 | 7.1 | 0.1 |

Tabla 5.0 Datos medidos en la prueba real 1 sobre la planta. Fuente: Autores.

En la siguiente grafica se puede apreciar la respuesta del sistema en línea ante un cambio de referencia. Se observa que la acción de control corrigió el error y estabilizo el sistema.



Figura 21. Grafica de comportamiento del sistema controlado prueba 1. Fuente: Autores.

5.2 Segunda prueba sobre el sistema controlado con seguimiento con acción integral

La siguiente tabla contiene los valores medidos en las pruebas realizadas en una segunda instancia. En esta se puede apreciar que el error en estado estacionario nuevamente es casi nulo. Además se observa que el controlador responde nuevamente de forma rápida.

Como se puede apreciar en la figura 22, el sistema de control tiende corregir el error de estado estacionario en cualquier region de operación del proceso.

| Referencia | Salida | Error estacionario |
|------------|--------|--------------------|
| 2.5 | 2.52 | 0.02 |
| 5.5 | 5.4 | 0.1 |

Tabla 5.1 Datos medidos en la prueba real 2 sobre la planta. Fuente: Autores.

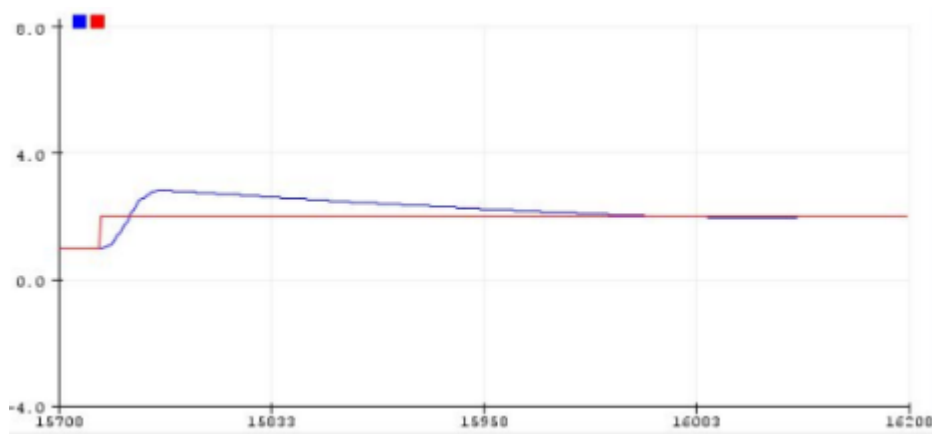


Figura 22. Grafica de comportamiento del sistema controlado prueba 2. Fuente: Autores.

Conclusiones

- Para la cinemática inversa del proceso se debe tener presente que es fundamental una buena medición sobre la planta, por lo tanto entre la medida sea más exacta mejor funcionara el dispositivo.
- Es esencial conocer la plataforma Stewart antes de empezar con el diseño del controlador, puesto que si no se ubica el sistema en sus valores iniciales este llegara al punto de chocar en los movimientos de los actuadores buscando una salida deseada.
- El diseño e implementación del controlador debe ser de forma robusta ya que los acoples internos son demasiado fuertes en esta plataforma móvil. Para lograr unas ganancias robustas en esta estructura clásica de control se utiliza la teoría de reubicación de polos y así garantizar los polos en lazo cerrado del sistema siempre estén en la región estable.
- Por último la eficacia que nos brinda el sistema de control en espacio de estados frente a los acoples internos es bastante buena, logrando llevar la planta ante diferentes cambio de referencia y logrando así una respuesta rápida y sin muchas oscilaciones.

Bibliografía

- [1] Giraldo Buitrago, Didier. Giraldo Suarez, Eduardo. Teoría de control análogo. Primera edición. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira, 2010. 299 p.
- [2] Giraldo Buitrago, Didier. Giraldo Suarez, Eduardo. Teoría de control digital. Primera edición. Pereira, Colombia: produmedios, 2012. 262 p.
- [3] H. Gonzalez, M.S Dutra, M.J. Tavera, O. Lengerke (2007), "Diseño Mecatrónico de un Controlador de Velocidad Implementado en un Robot Móvil de Tracción Síncrona", 8 Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica - CIBIM8, Cusco, Perú.
- [4] H. Gonzalez, M.S Dutra, (2009), "Cinemática inversa y análisis del espacio de trabajo de una Plataforma Stewart".
- [5] T.H. NAYLOR, R. BUSTAMANTE (1971), "Técnicas de Simulación en Computadoras", México, Limusa.
- [6] López L. Vinazco D (2016) "Diseño y construcción de una Plataforma Stewart para su control" (Anteproyecto) [En línea] Disponible en https://www.dropbox.com/sh/3wjrz3hla7get77/AADrESsX34SwaJxafw_7qB1ea?dl=0
- [7] Rey Arias C. A. (2014) Diseño e Implementación de un Sistema Integrado de Clasificación y Control de Calidad Utilizando un Manipulador Tipo Delta y Mano Robótica Antropomórfica.
- [8] González N. Reinoso E. (2011). Estudio, diseño y construcción de una plataforma robótica didáctica tipo Stewart aplicada al estudio de controladores difusos (Proyecto) [En línea] Disponible en <http://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/1921/14/UPS-CT002354.pdf>
- [9] Arancil R. (2006). Robots paralelos máquinas con un pasado para una robótica del futuro (Artículo) [En línea] Disponible en <http://arvc.umh.es/documentos/articulos/RIAI%202006.pdf>
- [10] López L. Bedoya C. Rada A. (2014) Robot Delta para el control de la calidad en la industria papelera (Proyecto) [En línea] Disponible en

https://www.dropbox.com/sh/3wjrz3hla7get77/AADrESsX34SwaJxafw_7qB1ea?dl=0

[11] Martínez E.; Peña C.; Yime E. (2010) Diseño Optimo de un Robot Paralelo con Configuración Delta para Fines Educativos. Consulta en línea por la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería -ACOFI- www.acofi.edu.co

[12] [En línea] consulta 15 de junio de 2023. Disponible en: <https://sites.google.com/site/proyectosroboticos/cinematica-inversa-ii>

[13] [En línea] National Instruments consulta 21 de noviembre de 2022. Disponible en: <http://digital.ni.com/public.nsf/allkb/AA1BDEA4AA224E3E86257CE400707527>

[14] Tsai L. W. (1999). Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. Wiley Interscience. John Wiley and Sons.

[15] Merlet J. P. (2002). Still a long way to go on the road for parallel mechanisms. ASME Conference, Montreal, Canadá

[16] Gómez P. Guacaneme G. (2008). Diseño e implementación de una plataforma Stewart.