

**LOCALIZACIÓN DE FUENTES ARMÓNICAS EN
SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN USANDO ESTIMACIÓN DE
ESTADO ARMÓNICO**

JESÚS DAVID GÓMEZ PÉREZ

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
INGENIERÍA ELÉCTRICA
PEREIRA
2009**

**LOCALIZACIÓN DE FUENTES ARMÓNICAS EN SISTEMAS DE
DISTRIBUCIÓN USANDO ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO**

JESÚS DAVID GÓMEZ PÉREZ

Proyecto de Trabajo de Grado

Director

Ing. Ramón Alfonso Gallego

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
INGENIERÍA ELÉCTRICA
PEREIRA
2009**

Nota de aceptación:

Firma del jurado

Pereira 19, 11, 2009

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darnos la vida, la capacidad y las fuerzas para progresar constantemente y poder labrar nuestro futuro.

A mi mamá María Edith, mi papá Rigoberto, mi mami Omaria y mis dos hermanas María del Socorro y María de los Angeles, por el constante amor, por el constante apoyo y por sus sabios consejos para seguir siempre adelante por el camino del trabajo y la honestidad.

A los ingenieros Ramón Alfonso Gallego y Carlos Alberto Ríos, por depositar su confianza en mí y guiar éste trabajo de investigación, además de la completa entrega en tiempo y conocimientos en pro del proyecto.

A Mariana López por acompañarme en momentos de alegrías y tristezas la mayor parte de mi carrera profesional.

A mis compañeros de estudio, los cuáles han confiado en mí y yo en ellos.

A todos los ingenieros de la Universidad Tecnológica de Pereira por estar siempre atentos y comprometidos con el conocimiento de nosotros los estudiantes, por compartir sus estudios de manera desinteresada.

CONTENIDO

pág.

INTRODUCCIÓN	11
1. CONTEXTUALIZACIÓN.....	13
1.1 REGLAMENTACIÓN COLOMBIANA.....	13
1.1.1 IEEE 519.	13
1.2 ANÁLISIS DE FOURIER	14
1.2.1 Valor RMS	15
1.2.2 THD.....	16
1.3 ESTADO DEL ARTE	16
2. ESTIMACIÓN DE ESTADO	18
2.1 ANÁLISIS MATRICIAL	18
2.2 MÍNIMOS CUADRADOS	19
2.2.1 Estimación de una constante.	19
2.2.2 Estimación de una constante con mínimos cuadrados ponderados.....	20
2.2.3 Estimación con mínimos cuadrados recursivos.	21
2.3 FILTRO DE KALMAN	22
2.3.1 Mínimos cuadrados y el filtro de Kalman.	23
2.4 ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICA	24
3. MODELO DEL SISTEMA.....	26
3.1 MODELO DE LOS COMPONENTES DEL SISTEMA	26
3.1.1 Impedancia de la línea.	26
3.1.2 Modelo de carga no lineal.	28
3.2 MODELO DE LA RED DE DISTRIBUCIÓN.....	29
3.2.1 Corrientes inyectadas en los nodos.	29
3.2.2 Voltajes de nodo.	30
3.2.3 Corrientes por las líneas.	30
3.2.4 Modelo medidas – variables de estado.....	31
4. METODOLOGÍA	32
4.1 UBICACIÓN ÓPTIMA DE MEDIDORES.....	32
4.2 MODELO DEL SISTEMA.....	36
4.3 ALGORITMO DE ESTIMACIÓN.....	36
4.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS	37
4.4.1 Criterios usados en la evaluación de fuentes armónicas.	37
5. RESULTADOS.....	40
5.1 SISTEMA DE PRUEBA.....	40
5.2 CASOS DE PRUEBAS.....	41
5.2.1 Caso 1.....	41
5.2.2 Caso 2.....	45
5.2.3 Caso 3.....	49

5.2.4 Localización óptima de los medidores	53
5.2.5 Caso 4.....	55
5.2.6 Caso 5.....	56
5.2.7 Caso 6.....	57
6. CONCLUSIONES	60
BIBLIOGRAFÍA.....	62
ANEXO A.....	64
ANEXO B.....	66
ANEXO C	68
ANEXO D.....	71

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Ybus del sistema de 4 nodos	34
Tabla 2. Resultados caso 1. Análisis del tercer armónico.	44
Tabla 3. Resultados caso 2. Análisis del quinto armónico.....	48
Tabla 4. Resultados caso 3. Análisis del tercer armónico.	52
Tabla 5. Suma de los elementos de las matrices de covarianza	54
Tabla 6. Resultados caso 4. Análisis del tercer armónico	55
Tabla 7. Resultados caso 5. Análisis del quinto armónico.....	56
Tabla 8. Resultados caso 8. Análisis del tercer armónico	58

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Señal de corriente contaminada	14
Figura 2. Descomposición en series de Fourier	15
Figura 3. Esquema para estimación de estado armónica.....	25
Figura 4. Modelo trifásico de la línea	26
Figura 5. Equivalente de norton para cargas armónicas.....	29
Figura 6. Corriente por la línea entre los nodos i y j	30
Figura 7. Sistema de 4 nodos, ejemplo observabilidad.....	33
Figura 8. Representación binaria de las distintas combinaciones Nodo - medidores	34
Figura 9. Distintas opciones localizadas en la Ybus	35
Figura 10. Inyección de corriente armónica	38
Figura 11. Relación V_i con I_y	39
Figura 12. Topología del sistema de prueba	40
Figura 13. Escenario de simulación usando MATLAB	41
Figura 14. Voltajes trifásicos en el nodo 1. Caso 1.....	42
Figura 15. Voltajes trifásicos en el nodo 2. Caso 1.....	42
Figura 16. Voltajes trifásicos en el nodo 3. Caso 1.....	43
Figura 17. Voltajes trifásicos en el nodo 4. Caso 1.....	43
Figura 18. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 1	45
Figura 19. Voltajes trifásicos en el nodo 1. Caso 2.....	46
Figura 20. Voltajes trifásicos en el nodo 2. Caso 2.....	46
Figura 21. Voltajes trifásicos en el nodo 3. Caso 2.....	47
Figura 22. Voltajes trifásicos en el nodo 4. Caso 2.....	47
Figura 23. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 2	49
Figura 24. Escenario con cargas no lineales en 2 y 4.....	50
Figura 25. Voltajes trifásicos en el nodo 1. Caso 3.....	50
Figura 26. Voltajes trifásicos en el nodo 2. Caso 3.....	51
Figura 27. Voltajes trifásicos en el nodo 3. Caso 3.....	51
Figura 28. Voltajes trifásicos en el nodo 4. Caso 3.....	52
Figura 29. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 3	53
Figura 30. Nomenclatura de la combinación	54
Figura 31. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 4	56
Figura 32. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 5	57
Figura 33. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 6	58
Figura 34. Relación entre la forma cartesiana y la forma polar	65
Figura 35. Parámetros del sistema IEEE13, parte 1	68
Figura 36. Parámetros del sistema IEEE13, parte 2	69
Figura 37. Parámetros del sistema IEEE13, parte 3	69
Figura 38. Parámetros del sistema IEEE13, parte 4.....	70
Figura 39. Algoritmo búsqueda H óptimo, parte 1	71
Figura 40. Algoritmo búsqueda H óptimo, parte 2	72
Figura 41. Algoritmo búsqueda H óptimo, parte 3	72

Figura 42. Algoritmo de estimación, parte 1	73
Figura 43. Algoritmo de estimación, parte 2	74

GLOSARIO

ARMÓNICO: Componente sinusoidal de una forma de onda periódica que tiene una frecuencia igual a un múltiplo entero de la frecuencia base (o frecuencia fundamental). Así el tercer armónico de voltaje en un sistema de potencia en los Estados Unidos tiene una frecuencia igual de $3 \cdot 60 = 180$ Hz. Para sistemas eléctricos alimentados por fuentes sinusoidales, los armónicos son introducidos por dispositivos no lineales tales como núcleos de hierro saturados y dispositivos de electrónica de potencia [8].

CARGA NO LINEAL: Una carga que dibuja una onda de corriente no sinusoidal cuando es proporcionada por una fuente de voltaje sinusoidal [9].

COVARIANZA: Estadígrafo que mide la asociación entre dos variables. La covarianza da una medida de la manera en que X (variable aleatoria) y Y (variable aleatoria) tienden a variar juntas [12].

CREG: Comisión de Regulación de Energía y Gas.

EFECTO PIEL: Tendencia de una corriente alterna a concentrarse en las áreas de más baja impedancia [8].

ESTADO: Conjunto de datos, los valores de los cuales en cualquier momento t , junto con las entradas en el sistema en el momento, determinan únicamente el valor de cualquier variable de la red en el tiempo t [8].

ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO: HSE, por sus siglas en inglés *Harmonic State Estimation*. Técnica de procesamiento digital, basado en relaciones matemáticas entre las variables de estado del sistema y medidas alcanzadas desde el sistema, por lo cual el estado armónico de la red es determinado desde medidas armónicas limitadas [1].

RESISTIVIDAD: Propiedad eléctrica de los materiales descrita por un tensor constante indicando la impedancia del flujo de un electrón libre en el material. La resistividad relaciona la fuerza del campo eléctrico a la conducción de corriente, y puede ser expresando como la inversa de la conductividad [8].

THD: *Total Harmonic Distortion*, Un índice que cuantifica la cantidad de distorsión en la forma de onda de voltaje o corriente con respecto a la componente fundamental [8].

INTRODUCCIÓN

En años recientes ha sobresalido un mayor énfasis en garantizar estándares de calidad en el suministro de la energía eléctrica a los usuarios. El aumento acelerado de dispositivos no lineales tales como, hornos de arco, lámparas fluorescentes, equipos de estado sólido, se ha sumado a las causas del fenómeno de los armónicos.

Los Operadores de Red (OR) buscan estrategias para el mejoramiento en la prestación del servicio, entre ellas la identificación de aquellos factores que comprometen los estándares regulatorios de calidad, de una manera económica y confiable.

Las redes de distribución carecen de un sistema completo de medidas que permitan realizar análisis de la red para así determinar responsabilidades entre las distintas compañías, además de hallar soluciones a los distintos problemas. En consecuencia, la Estimación de Estado Armónico (HSE, por sus siglas en inglés *Harmonic State Estimation*) se ha convertido en una interesante herramienta para la localización de las fuentes armónicas.

La Estimación de Estado Armónico es un conjunto de técnicas de procesamiento digital basado en relaciones matemáticas entre variables de estado y medidas parciales de la red, permitiendo conocer el punto de operación de cada nodo del sistema. Algunos criterios matemáticos, tales como el filtro de Kalman, han sido probados satisfactoriamente en transmisión, dada la topología anillada y las mayores inversiones en instrumentación características de dichos sistemas.

En las redes de distribución se presentan desventajas en las técnicas de estimación, consecuencia de sus circuitos radiales que pueden incluir singularidades matemáticas en los modelos del sistema; además las inversiones económicas en mediciones son bajas. Son observados notorios desbalances (debidos a las distintas cargas conectadas en las fases, la no transposición de las líneas, entre otras) acrecentando el problema de estimación.

Gabriel D' Antona, Carlos Muscas y Sara Sulis, en su artículo *State Estimation for the Localization of Harmonic Sources in Electric Distribution Systems* [1], proponen una metodología para la localización de fuentes armónicas usando estimación bayesiana en un equivalente monofásico de un sistema de distribución requiriendo información que normalmente en la práctica no es disponible.

En el presente trabajo se pretende localizar fuentes armónicas en redes de distribución usando relaciones trifásicas de los elementos para así modelar los desbalances del sistema, además de implementar una localización óptima de medidores para garantizar la mayor observabilidad y mejorar la calidad de los valores estimados. Los capítulos de éste trabajo se encuentran distribuidos de la siguiente manera:

1. Contextualización. Esboza de una manera muy general algunos conceptos sobre armónicos, como también se cita algunas normas sobre éstos.

2. Estimación de estado. Esboza conceptos generales sobre estimación, mostrando criterios tales como los mínimos cuadrados y el filtro de kalman. Al final del capítulo se hace una comparación entre éstas dos técnicas.

3. Modelo del sistema. Se muestra la manera de ser modelado el sistema en una marco de referencia trifásico armónico para aplicar la estimación de estado armónico.

4. Metodología. Se describe la manera en que se pretende resolver el problema de la localización de las fuentes armónicas en sistemas de distribución, estableciendo unos criterios de evaluación.

5. Resultados. Se presenta la aplicación de la metodología propuesta en diversos escenarios de simulación con los respectivos resultados y análisis.

1. CONTEXTUALIZACIÓN

Los sistemas de potencia son diseñados para operar a 50 Hz o 60 Hz con una señal de tensión considerada prácticamente sinusoidal. Sin embargo, ciertos tipos de cargas producen corrientes y voltajes con frecuencias que son múltiplos enteros de 50 o 60 Hz (frecuencia fundamental del sistema); estas otras frecuencias son una forma de contaminación eléctrica conocida como armónicos en sistemas de potencia [2].

Actualmente, con la expedición de normas y resoluciones que reglamentan la calidad de la energía, el estudio de los armónicos no solo es realizado para analizar el comportamiento de las cargas no lineales sino también para evaluar el impacto de éstas en otros puntos del sistema y así establecer los correctivos necesarios.

1.1 REGLAMENTACIÓN COLOMBIANA

La calidad de energía en los sistemas de distribución en Colombia es reglamentada por la Resolución de la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG) 070 de 1998.

En el título seis (6) de dicha resolución, “Calidad del Servicio de los Sistemas de Transmisión Regional y/o Distribución Local”, se establecen los criterios de calidad de la potencia eléctrica relacionados con las desviaciones de los valores especificados para las variables de tensión y de las formas de las ondas de tensión y corriente.

“[...] Tanto el OR (Operador de Red) como los usuarios conectados a su red deberán cumplir con la norma IEEE 519 – [1992] o la que la modifique o sustituya.” [4]

1.1.1 IEEE 519. “Esta recomendación práctica pretende establecer los principios para el diseño de sistemas eléctricos que incluyan cargas lineales y no lineales. Son descritas las formas de onda de tensión y corriente que pueden existir en todo sistema, y se establecen los principios de distorsiones de formas de onda para el diseño de sistemas. Es descrita la interfaz entre fuentes y cargas como el punto de acoplamiento común; y la observación de los principios de diseño para minimizar la interferencia entre los equipos eléctricos.

Esta recomendación práctica está dirigida a limitaciones de estado permanente. Se pueden encontrar condiciones transitorias que excedan estas limitaciones. Este documento establece la calidad de potencia que será proporcionada al punto de acoplamiento común. Este documento no cubre los efectos de interferencia en radio-frecuencia; sin embargo, incluye la interferencia electromagnética con los sistemas de comunicación.” [9]

1.2 ANÁLISIS DE FOURIER

Cualquier forma de onda periódica puede ser descompuesta en series de Fourier, así [5]:

$$i(t) = I_{avg} + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sin(k\omega_0 t + \theta_k) \quad (1)$$

Donde,

I_{avg} : Promedio de la señal, también conocida como el valor DC.

I_k : Magnitudes pico de cada armónico.

ω_0 : Velocidad angular de la señal, en rad/s.

θ_k : Ángulo de fase del armónico k.

k : Orden del armónico.

En las siguientes figuras se puede observar una señal de corriente contaminada con armónicos y su descomposición en series de Fourier

Figura 1. Señal de corriente contaminada

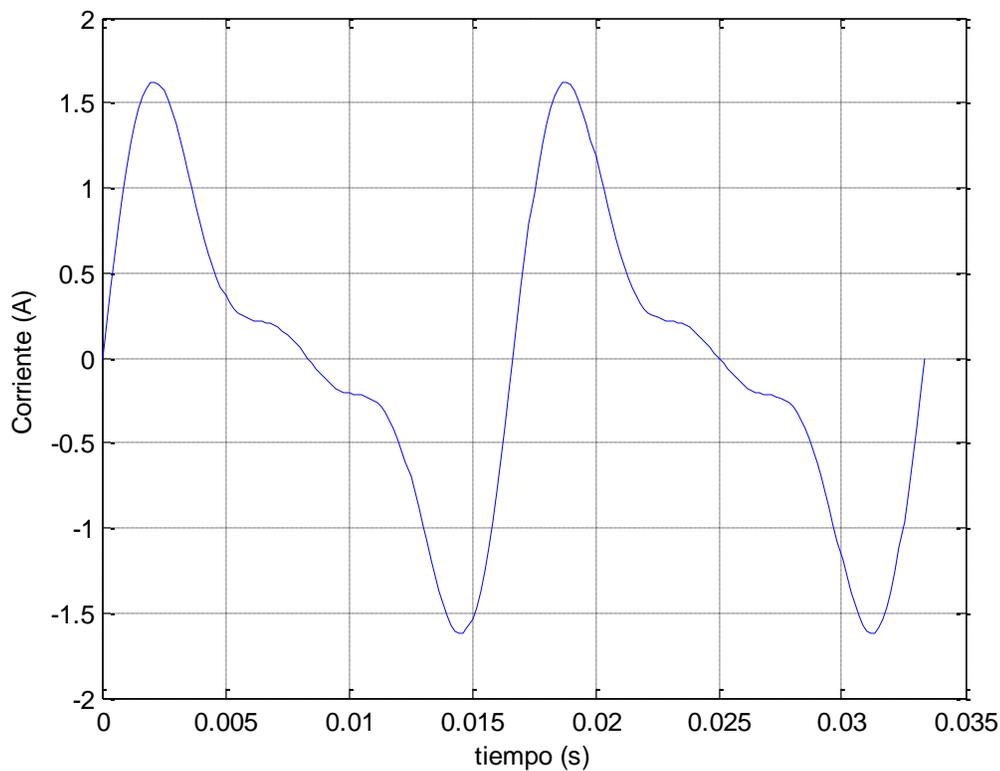
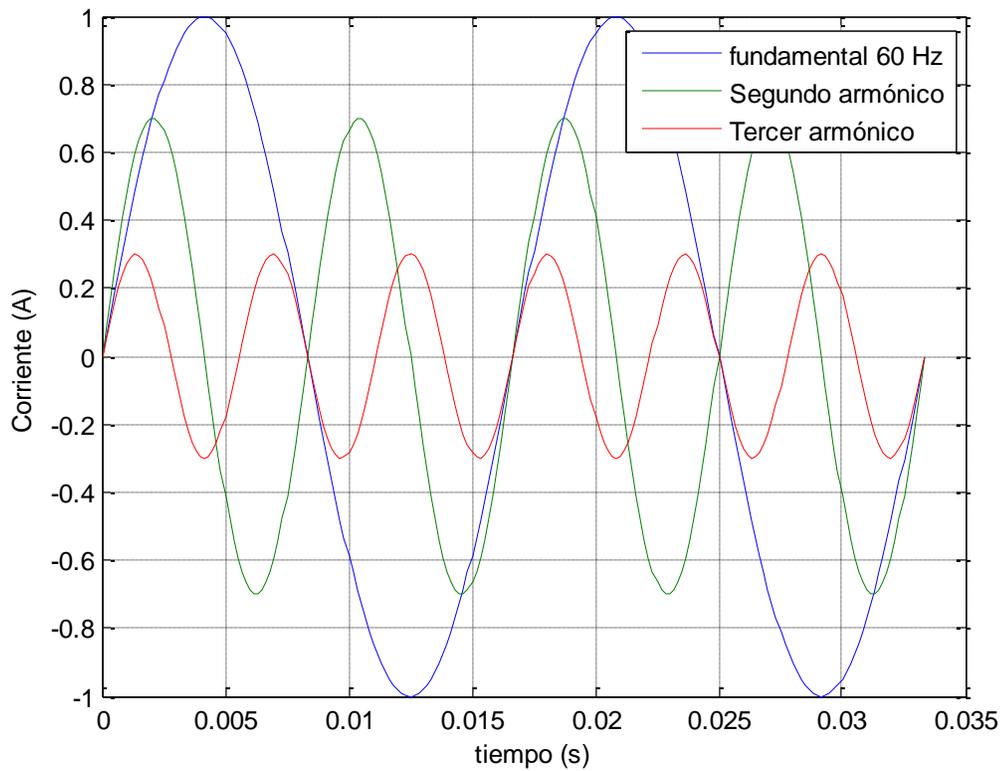


Figura 2. Descomposición en series de Fourier



En la figura 2 se observa que el segundo armónico posee exactamente dos ciclos en un período de la fundamental, por tanto, se concluye que un armónico de orden k con $k = 2, 3, 4, \dots$, tiene k ciclos en un periodo de la primera componente.

1.2.1 Valor RMS. El valor RMS cuadrático de una señal de voltaje o corriente es definido como:

$$I_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (i(t))^2 dt \quad (2)$$

Si se puede representar una señal en Series de Fourier, tal como la ecuación (1), entonces se puede demostrar que el valor cuadrático RMS está dado por:

$$I_{RMS}^2 = I_{1,RMS}^2 + I_{2,RMS}^2 + \dots \quad (3)$$

Si existe alguna componente DC se agrega el término I_{DC}^2 a la expresión (3) [5].

1.2.2 THD. La medida más comúnmente usada en análisis armónico es la Distorsión Armónica Total, THD (por sus siglas en inglés *Total Distorsión Harmonic*). Es aplicada a voltaje y corriente. La THD es definida como el valor RMS de los armónicos sobre la fundamental, dividido entre el valor RMS de la fundamental. La componente DC es ignorada [5].

$$THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_{k,RMS}^2}}{I_{1,RMS}} \quad (4)$$

1.3 ESTADO DEL ARTE

La literatura a nivel internacional documenta de manera considerable el tema de localización de fuentes armónicas en sistemas de transmisión; algunos artículos se citan a continuación:

G. T. Heydt en su artículo *Identification of Harmonic Sources by a State Estimation Technique* propone un flujo de potencia para identificar fuentes armónicas en señales de potencia. Usa la técnica de Mínimos Cuadrados como estimador. El sistema es modelado en términos de potencia de manera monofásica [6].

Haili Ma y Adly Girgis en su artículo *Identificación and Tracking of Harmonic Sources in a Power System Using a Kalman Filter*, presentan la técnica del Filtro de Kalman para obtener una localización óptima de medidores de armónicos, haciendo uso del análisis del error de covarianza de las inyecciones y estimar dinámicamente fuentes armónicas en el sistema de potencia [13].

Z. P. Du, J. Arrillaga, N. Watson en su artículo *Continuous harmonic state estimation of power system* proponen un estimador basado en mínimos cuadrados recursivos ponderados para encontrar todos los valores de las variables de un sistema eléctrico de potencia. La propuesta es evaluada en la red de *New Zealand* [20].

En sistemas de distribución, las investigaciones han sido apáticas al tema de estimación de estado armónico; solamente se citan los siguientes dos artículos:

G. D' Antona, C. Muscas y S. Sulis en su artículo *State Estimation for the Localization of Harmonic Sources in Electric Distribution Systems* propone la localización de fuentes armónicas usando Estimación Bayesiana en un sistema modelado de manera monofásica. La metodología es evaluada en el sistema de prueba IEEE 13 nodos [1].

Jorge Mario Ruiz, Francisco Hernando Ortiz, en el trabajo de grado *Identificación de Fuentes Armónicas con la Técnica de Estimación de Estado y Filtro de Kalman* implementan la metodología del Filtro de Kalman para estimar corrientes inyectadas en todos los nodos de la red y es probado en un sistema de distribución de la ciudad de Bogotá [17].

2. ESTIMACIÓN DE ESTADO

La estimación de estado es un proceso matemático que permite estimar el estado más probable de operación del sistema, por medio de los datos recolectados de los medidores e información de los parámetros de los componentes de la red.

2.1 ANÁLISIS MATRICIAL

Los procesos de estimación involucran modelos matriciales donde se relacionan las medidas tomadas del sistema con las variables de estado, por tanto, es indispensable extender los conceptos del cálculo escalar a los vectores y matrices.

La derivada de una matriz respecto a una variable es la derivada de cada uno de los elementos de la matriz. De manera similar, la integral de una matriz es la integral de cada uno de sus elementos [18]. Esto es

$$\frac{d[A(x)]}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{dA_{11}(x)}{dx} & \cdots & \frac{dA_{1n}(x)}{dx} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dA_{n1}(x)}{dx} & \cdots & \frac{dA_{nn}(x)}{dx} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\int [A(x)] dx = \begin{bmatrix} \int A_{11}(x) dx & \cdots & \int A_{1n}(x) dx \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int A_{n1}(x) dx & \cdots & \int A_{nn}(x) dx \end{bmatrix} \quad (6)$$

La derivada de la suma y del producto siguen las mismas reglas del cálculo escalar.

La derivada de la matriz inversa es calculada como se muestra en (7)

$$\frac{d[A(x)]^{-1}}{dx} = -[A(x)]^{-1} \frac{d[A(x)]}{dx} [A(x)]^{-1} \quad (7)$$

Así mismo puede ser calculada la derivada de la transpuesta como es presentada en (8)

$$\frac{\partial (x^T y)}{\partial x} = y^T \quad (8)$$

2.2 MÍNIMOS CUADRADOS

La estimación por mínimos cuadrados es una idea desarrollada por Karl Gauss en 1809. “El más probable valor de cantidades desconocidas será ese en el cuál la suma de los cuadrados de las diferencias entre el observado actual y los valores computados multiplicados por números que miden el grado de precisión es mínimo” *Karl Fiedrich Gauss* [18].

2.2.1 Estimación de una constante. En la presente sección se mostrará la estimación de un vector constante en presencia de medidas con ruido. Colocando el problema en términos matemáticos se tiene [18]:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}_{(k \times 1)} = \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{k1} & \cdots & H_{kn} \end{bmatrix}_{(k \times n)} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{(n \times 1)} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix}_{(k \times 1)} \quad (9)$$

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}_{(k \times 1)} \quad (10)$$

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{k1} & \cdots & H_{kn} \end{bmatrix}_{(k \times n)} \quad (11)$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{(n \times 1)} \quad (12)$$

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix}_{(k \times 1)} \quad (13)$$

En (10) se tiene el vector de medidas con ruido, posteriormente se tiene la matriz H que relaciona las medidas con las variables de estado, las igualdades (12) y (13) representan el vector de variables de estado y el vector de ruidos, respectivamente. La ecuación (9) significa que las medidas, pueden ser representadas como una combinación lineal de las variables de estado con la adición de ruido.

El objetivo del proceso es encontrar el mejor valor estimado de \bar{x} que se denotará con $\hat{\bar{x}}$. El procedimiento usado es el propuesto por Karl Gauss [18]: la minimización de la suma de los cuadrados de los errores, de la forma que se muestra a continuación:

$$\min J = \bar{\varepsilon}_y^T \bar{\varepsilon}_y \quad (14)$$

Donde, $\bar{\varepsilon}_y$ es llamada la medida residual y es representada por:

$$\bar{\varepsilon}_y = \bar{y} - [H]\hat{\bar{x}} \quad (15)$$

Resolviendo el problema de optimización, se tiene el siguiente resultado:

$$\hat{\bar{x}} = ([H]^T [H])^{-1} [H]^T \bar{y} = [H]^L \bar{y} \quad (16)$$

Donde $[H]^L$ es llamada la seudo inversa de $[H]$ y existe si $k \geq n$. Lo anterior significa que el número de medidas es más grande que el número de variables de estado y éstas son linealmente independientes [18].

2.2.2 Estimación de una constante con mínimos cuadrados ponderados. Si algunas medidas poseen mayor confiabilidad que otras, el modelo matemático cambia al incluir dicho parámetro [17]. Lo anterior es representado con una matriz de covarianza del ruido, así:

$$\bar{y} = [H]\bar{x} + \bar{v} \quad (17)$$

$$E(v_i) = 0 \quad (18)$$

$$[R] = E(vv^T) = \delta_{ij} = \begin{cases} \sigma_i^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (19)$$

Donde,

$E(\bullet)$, valor esperado de una variable aleatoria.

$[R]$, matriz de covarianza del vector de ruido.

σ^2 , varianza de cada variable aleatoria

El problema de optimización sería la minimización de los errores ponderados al cuadrado:

$$\min J = \varepsilon_y^T [R]^{-1} \varepsilon_y \quad (20)$$

El resultado del proceso anterior es:

$$\hat{\bar{x}} = \left([H]^T [R]^{-1} [H] \right)^{-1} [H]^T [R]^{-1} \bar{y} \quad (21)$$

2.2.3 Estimación con mínimos cuadrados recursivos. Si el vector de medidas está constantemente actualizándose, es decir, en cada de instante de tiempo previamente establecido, cada medidor envía una lectura coordinada con las demás, entonces puede aplicarse la estimación con mínimos cuadrados recursivos.

El estimador se puede expresar en las siguientes partes [18]:

- Las ecuaciones que describen el sistema (modelo del sistema) están dadas por:

$$\bar{y}_k = [H]_k \bar{x} + \bar{v}_k \quad (22)$$

$$E(\bar{v}_k) = 0 \quad (23)$$

$$E(\bar{v}_k \bar{v}_i^T) = [R]_k \delta_{ki} \quad (24)$$

- El estimado inicial del vector constante \bar{x} está dado por:

$$\hat{\bar{x}}_0 = E(\bar{x}) \quad (25)$$

$$[P]_0 = E\left[(\bar{x} - \hat{\bar{x}}_0)(\bar{x} - \hat{\bar{x}}_0)^T \right] \quad (26)$$

- El algoritmo recursivo es dado como sigue:

$$[K]_k = [P]_{k-1} [H]_k^T \left([H]_k [P]_{k-1} [H]_k^T + [R]_k \right)^{-1} \quad (27)$$

$$[K]_k = [P]_k [H]_k^T [R]_k^{-1} \quad (28)$$

$$\hat{\bar{x}}_k = \hat{\bar{x}}_{k-1} + [K]_k \left(\bar{y}_k - [H]_k \hat{\bar{x}}_{k-1} \right) \quad (29)$$

$$[P]_k = \left([I] - [K]_k [H]_k \right) [P]_{k-1} \left([I] - [K]_k [H]_k \right)^T + [K]_k [R]_k [K]_k^T \quad (30)$$

$$[P]_k = \left([P]_{k-1}^T + [H]_k^T [R]_k^{-1} [H]_k \right)^{-1} \quad (31)$$

$$[P]_k = \left([I] - [K]_k [H]_k \right) [P]_{k-1} \quad (32)$$

Donde,

$E(\bullet)$ Valor esperado de la variable aleatoria.

$[P]_k$ Matriz de covarianza del error de estimación.

$[K]_k$ Matriz que representa la ganancia del estimador.

$[I]$ Matriz identidad

En las ecuaciones (27) y (28) se observan dos formas de ser calculada la ganancia del estimador, al igual que en las ecuaciones (30), (31) y (32) hay tres expresiones distintas para ser calculada la matriz de covarianza.

2.3 FILTRO DE KALMAN

El filtro de Kalman (KF) es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proporcionan un método eficiente para estimar el estado de un proceso, minimizando además el error medio cuadrático. El filtro de Kalman proporciona el máximo filtrado posible del ruido, respondiendo de forma óptima a los cambios en el estado del sistema. Ha sido diseñado para estimar el estado en un sistema dinámico y discreto en el tiempo, basándose en observaciones ruidosas y en un modelado del sistema.

El filtro de Kalman se puede expresar en las siguientes partes [18]:

- El sistema dinámico está dado por:

$$\bar{x}_k = [\phi]_{k-1} \bar{x}_{k-1} + [\gamma]_{k-1} \bar{u}_{k-1} + \bar{w}_{k-1} \quad (33)$$

$$\bar{y}_k = [H]_k \bar{x}_k + \bar{v}_k \quad (34)$$

$$E(w_k w_j^T) = Q_k \delta_{kj} \quad (35)$$

$$E(v_k v_j^T) = R_k \delta_{kj} \quad (36)$$

$$E(w_k v_j^T) = 0 \quad (37)$$

- La inicialización del filtro de Kalman está dada por

$$\hat{x}_0^+ = E(\bar{x}_0) \quad (38)$$

$$[P]_0^+ = E\left[(\bar{x}_0 - \hat{x}_0^+)(\bar{x}_0 - \hat{x}_0^+)^T\right] \quad (39)$$

- El algoritmo del filtro de Kalman está dado por las siguientes ecuaciones:

$$[P]_k^- = [\phi]_{k-1} [P]_{k-1}^+ [\phi]_{k-1}^T + [Q]_{k-1} \quad (40)$$

$$[K]_k = [P]_k^- [H]_k^T ([H]_k [P]_k^- [H]_k^T + [R]_k)^{-1} \quad (41)$$

$$[K]_k = [P]_k^- [H]_k^T [R]_k^{-1} \quad (42)$$

$$\hat{x}_k^- = [\phi]_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ + [\gamma]_{k-1} \bar{u}_{k-1} \quad (43)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + [K]_k (\bar{y}_k - [H]_k \hat{x}_k^-) \quad (44)$$

$$[P]_k^+ = ([I] - [K]_k [H]_k) [P]_k^- ([I] - [K]_k [H]_k)^T + [K]_k [R]_k [K]_k^T \quad (45)$$

$$[P]_k^+ = \left(([P]_k^-)^{-1} + [H]_k^T [R]_k^{-1} [H]_k \right)^{-1} \quad (46)$$

$$[P]_k^+ = ([I] - [K]_k [H]_k) [P]_k^- \quad (47)$$

Donde,

$[\phi]_k$ Matriz de transición o estado.

$[\gamma]_k$ Matriz de entrada.

\bar{u}_k Vector de entradas.

\bar{w}_k Proceso de ruido relacionado con las variables de estado.

$[Q]$ Matriz de covarianza del vector de ruido relacionado con las variables de estado.

El superíndice más (+), indica que es el valor a posteriori

El superíndice menos (-), indica que es el valor a priori.

Las variables restantes poseen la misma interpretación que se dio en la sección 2.2

En las ecuaciones (41) y (42) se observan dos formas de ser calculada la ganancia del estimador, al igual que en las ecuaciones (45), (46) y (47) hay tres expresiones distintas para ser calculada la matriz de covarianza.

2.3.1 Mínimos cuadrados y el filtro de Kalman. Comparando las dos técnicas de estimación, se observa que a diferencia de los mínimos cuadrados, el filtro de Kalman involucra en los cálculos, el modelo dinámico del sistema representado en el espacio de estados. Sin embargo, si el sistema es estático, es decir, no sufre variaciones a través del tiempo, el filtro de Kalman, se transforma en mínimos cuadrados recursivos. Matemáticamente se tiene:

$[\phi]_k = [I]$, ya que el sistema es estático, es decir, las variables de estado no cambian con el tiempo.

$[Q]_k = [0]$, es decir, no existe ruido en el proceso.

$[\gamma] = [0]$

Las ecuaciones del filtro de Kalman se reducen a:

$$[P]_k^- = [I][P]_{k-1}^+ [I]^T + [0] = [P]_{k-1}^+ \quad (48)$$

$$\hat{x}_k^- = [I] \hat{x}_{k-1}^+ = \hat{x}_{k-1}^+ \quad (49)$$

Combinando las ecuaciones (48) y (49) con las ecuaciones (41), (42), (44), (45), (46) y (47) se tiene el mismo algoritmo de los mínimos cuadrados recursivos.

2.4 ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICA

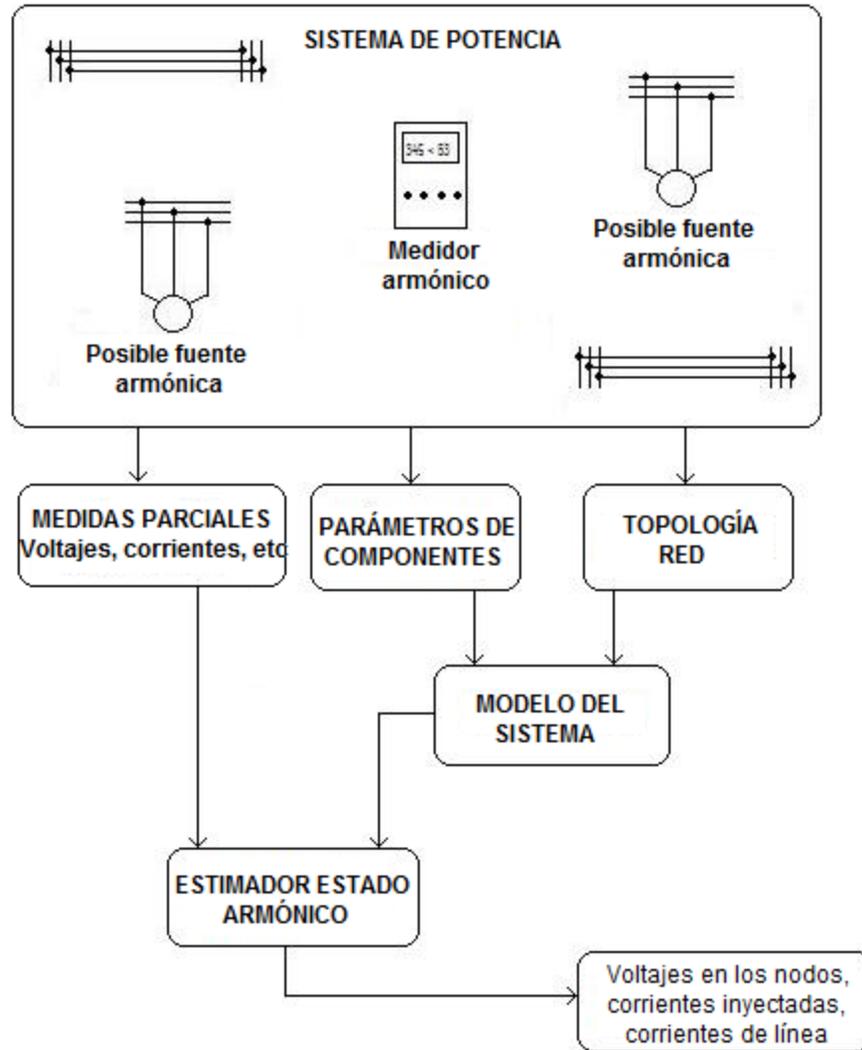
La contaminación armónica ha requerido por parte de las empresas de energía nuevas inversiones en instrumentos de medida para el análisis y el filtrado de las señales. Sin embargo, en la práctica solo es posible por cuestiones económicas contar con un número reducido de medidores (algunos voltajes y corrientes de la red), es decir, no se posee un sistema completo de mediciones. Recientes contribuciones han extendido el concepto de estimación de estado en sistemas de potencia a la problemática de los armónicos. Muchos de los estudios se han centrado en sistemas de transmisión, representándolo con equivalentes monofásicos y aplicando técnicas como mínimos cuadrados, filtro de Kalman, entre otros.

Entre los objetivos de la estimación de estado armónica, se tiene el determinar con base en mediciones parciales de la red, las variables de estado del modelo del sistema que normalmente son los voltajes de nodo y a partir de éstos, hallar otras magnitudes como inyecciones de corrientes, corrientes por las líneas, entre otros.

En la figura 3 se muestra el esquema de trabajo de la estimación de estado armónica. Para dicho estudio se debe de contar con información como lo son los parámetros de la red, topología, medidas parciales tales como voltajes de nodo, inyecciones de corrientes, corrientes por las líneas, entre otras. Basado en lo anterior es formulado un modelo matemático que relaciona la información suministrada con las variables de estado a estimar, para lograrlo se usa algún criterio matemático [2].

En los sistemas de distribución, dada su topología radial, pueden existir singularidades matemáticas por la dispersión de las matrices del modelo (ya que dependen de la Y_{bus} de la red) causando que el sistema no sea observable completamente, es decir, no pueda tenerse el valor estimado de todas las variables de estado.

Figura 3. Es quema para estimación de estado armónica



3. MODELO DEL SISTEMA

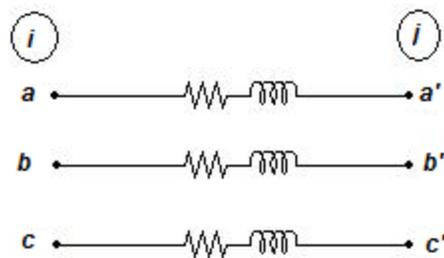
En ésta sección se presentan los modelos a nivel de componente y el modelo de la red de distribución que será usado en la aplicación del estimador de estado armónico. El modelo anterior es trifásico a fin de incluir efectos producidos por el desbalance de las fases.

3.1 MODELO DE LOS COMPONENTES DEL SISTEMA

Los elementos base que constituyen un sistema de distribución son las líneas, los transformadores, los condensadores y las cargas. El modelo de red para el presente estudio solo incluirá líneas y cargas.

3.1.1 Impedancia de la línea. El modelo que caracteriza una línea aérea para sistemas de distribución es el modelo π de parámetros concentrados. Sin embargo, para las líneas primarias urbanas, por su longitud, el efecto de los parámetros *shunt* no es relevante. Además los circuitos no poseen transposición [15].

Figura 4. Modelo trifásico de la línea



Para representar la línea se utiliza la matriz de impedancia en componentes de fase (abc), así:

$$\vec{V}_{abc} = [Z_{abc}] \vec{I}_{abc} \quad (50)$$

$$\vec{I}_{abc} = [Y_{abc}] \vec{V}_{abc} \quad (51)$$

Donde \vec{V} e \vec{I} son los vectores de tensiones y corrientes y $[Z_{abc}]$ e $[Y_{abc}]$ son las matrices de impedancia y admitancia (3x3) respectivamente.

Los parámetros de la línea cambian para cada armónico así:

El efecto resistivo de la línea cambia por el efecto piel; este se hace más notorio cuando se incrementa la frecuencia. El factor de corrección k_s y la resistencia a la frecuencia f es determinado así [15]:

$$k_s = 1 + \frac{X_s^4}{192 + 0,8X_s^4} \quad (52)$$

$$X_s = \sqrt{\frac{8\pi f}{R}} \cdot 10^{-2} \quad (53)$$

$$R_f = k_s R_{dc} \quad (54)$$

Donde,

k_s , coeficiente de corrección por efecto piel.

X_s , factor del efecto piel.

f , frecuencia [Hz].

R , resistencia del conductor a una temperatura dada [Ω].

R_f , resistencia a la frecuencia deseada [Ω].

R_{dc} , resistencia en corriente continua para una temperatura dada [Ω].

Cada elemento de la matriz $[Z_{abc}]$, puede ser calculado según la disposición de los conductores así:

$$Z_{ii} = R_{ii} + jk\omega L_{ii} \quad (55)$$

$$Z_{ij} = jk\omega L_{ij} \quad (56)$$

$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{ii}} \quad (57)$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{ij}} \quad (58)$$

Con,

Z_{ii} , términos de la diagonal de la matriz $[Z_{abc}]$

Z_{ij} , términos fuera de la diagonal de la matriz $[Z_{abc}]$

R_{ii} , resistencia del conductor [Ω], corregida por frecuencia

L_{ii} , inductancia propia del conductor i

L_{ij} , inductancia mutua entre el conductor i y el conductor j

ω , frecuencia angular $\omega = 2\pi f$

k , número del armónico

μ_0 , permeabilidad del aire

D_{ii} , radio medio geométrico del conductor

D_{ij} , distancia del conductor i al conductor j

Si el sistema posee retorno por tierra se usa un “conductor equivalente”, de acuerdo con la teoría de Carson, así:

$$Z_{gg} = R_{gg} = 9,869 \cdot 10^{-7} f \quad (59)$$

$$Z_{gk} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{gk}} \quad (60)$$

$$D_{gk}^2 = 656,6 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad (61)$$

“El subíndice g es un conductor equivalente de tierra y el subíndice k corresponde a uno cualquiera de los conductores considerados, ρ es la resistividad del terreno y f la frecuencia del sistema.” [15]

3.1.2 Modelo de carga no lineal. En general, una carga está compuesta por componentes pasivos y activos que la hacen lineal o no lineal. En los sistemas de potencia existen diversos componentes que generan armónicos, se pueden citar los siguientes [2]:

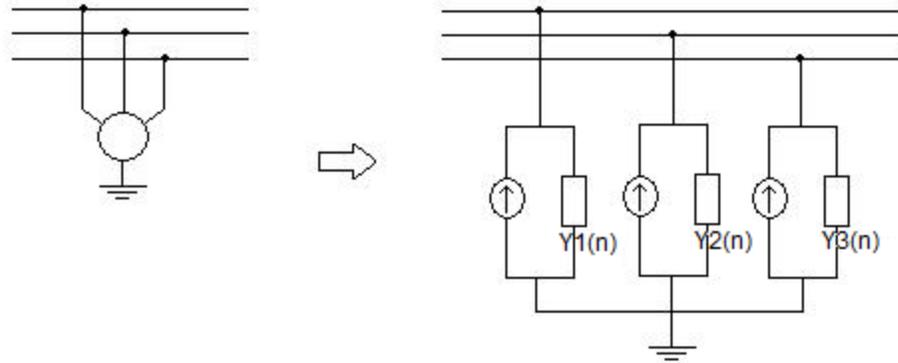
- Transformadores: No linealidades de la magnetización.
- Máquinas rotatorias.
- Dispositivos de arco.
- Rectificadores monofásicos o trifásicos.
- Inversores monofásicos o trifásicos.
- Compensación controlada por tiristores.
- Reguladores AC.

Los algoritmos de estimación pueden no tener información acerca de la composición de la carga, contrario a los algoritmos de simulación que la pueden representar con detalle, por tanto el tratamiento de éstas difieren.

Las fuentes (cargas) armónicas sospechosas, son un resultado del Estimador de Estado Armónico y pueden ser clasificadas como un inyector o un sumidero de armónicos.

En general, una fuente armónica sospechosa puede ser considerada como un equivalente de Norton para cada frecuencia armónica, tal como se muestra en la figura 5 [2].

Figura 5. Equivalente de norton para cargas armónicas



3.2 MODELO DE LA RED DE DISTRIBUCIÓN

Para el estudio de la estimación de estado armónica, se requiere conformar el modelo de la red con cada frecuencia armónica h presente en el estudio, de manera que relacione las medidas tomadas con las variables de estado del sistema.

Entre las medidas disponibles para un estudio de estimación de estado armónico están: lecturas armónicas de voltajes nodales, inyecciones de corriente nodal armónico y flujos de corriente armónico por las líneas. El modelado de la red incluye las tres fases, y como variables de estado se seleccionan los voltajes de nodo.

3.2.1 Corrientes inyectadas en los nodos. Con base en los parámetros de cada componente de la red y su topología, se plantea un modelo que relaciona las corrientes inyectadas con los voltajes de nodo.

$$\vec{I}^{3\phi} = [Y_{bus}^{3\phi}] \vec{V}^{3\phi} \quad (62)$$

Donde,

$\vec{I}^{3\phi}$, corrientes trifásicas inyectadas en los nodos

$\vec{V}^{3\phi}$, voltajes trifásicos en los nodos.

Sin embargo, no todas las corrientes son medidas conocidas, por tanto se puede dividir la ecuación (62) en datos conocidos y no conocidos de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_M^{3\phi} \\ \vec{I}_{NM}^{3\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_{bus}]_M^{3\phi} \\ [Y_{bus}]_{NM}^{3\phi} \end{bmatrix} \vec{V}^{3\phi} \quad (63)$$

Donde el subíndice M significa “medido” y NM significa “no medido”.

3.2.2 Voltajes de nodo. Si se toman lecturas de voltajes, el modelo matemático que relaciona las lecturas con las variables de estado sería:

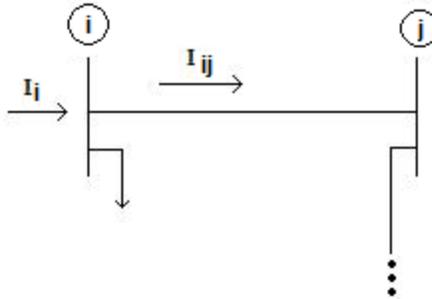
$$\begin{bmatrix} \vec{V}_M^{3\phi} \\ \vec{V}_{NM}^{3\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I]_M^{3\phi} \\ [0] \end{bmatrix} \vec{V}^{3\phi} \quad (64)$$

Se observa que los voltajes medidos se relacionan directamente con las variables de estado a través de la matriz identidad.

3.2.3 Corrientes por las líneas. El cálculo del flujo de corriente por las líneas está en función de los parámetros de la línea y de los voltajes nodales de los nodos terminales, según la figura 6, tenemos el siguiente modelo para representar las corrientes por las líneas:

$$I_{ij} = Y_{ij}(V_i - V_j) \quad (65)$$

Figura 6. Corriente por la línea entre los nodos i y j



Si se generaliza la ecuación (65) al caso trifásico se tiene:

$$\vec{I}_{ij}^{3\phi} = [Y_{ij}] (\vec{V}_i^{3\phi} - \vec{V}_j^{3\phi}) \quad (66)$$

En notación matricial, la ecuación (66) puede ser escrita como:

$$\vec{I}_{ij}^{3\phi} = [Y_{ij}] \begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} - [I] \begin{bmatrix} V_i^{3\phi} \\ V_j^{3\phi} \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\vec{I}_{ij}^{3\phi} = \begin{bmatrix} Y_{ij} \\ -Y_{ij} \end{bmatrix} - [Y_{ij}] \begin{bmatrix} V_i^{3\phi} \\ V_j^{3\phi} \end{bmatrix} \quad (68)$$

3.2.4 Modelo medidas – variables de estado. Con base en los tres modelos anteriores, se forma el vector de medidas, las que son planteadas en función de las variables de estado.

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_M \\ \vec{V}_M \\ \vec{I}_{ijM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_{bus}]_M \\ [U]_M \\ [Y_{ij}]_M \quad -[Y_{ij}]_M \end{bmatrix} \vec{V}^{3\phi} \quad (69)$$

Por tanto la matriz H , que será usada en la estimación es:

$$[H] = \begin{bmatrix} [Y_{bus}]_M \\ [U]_M \\ [Y_{ij}]_M \quad -[Y_{ij}]_M \end{bmatrix} \quad (70)$$

El vector de medidas y es:

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} \vec{I}_M \\ \vec{V}_M \\ \vec{I}_{ijM} \end{bmatrix} \quad (71)$$

Las variables de estado x , son los voltajes trifásicos de nodo:

$$\vec{x} = \vec{V}^{3\phi} \quad (72)$$

4. METODOLOGÍA

Los sistemas de distribución carecen de un sistema completo de medidas de armónicos, por tal motivo se requiere de una herramienta de análisis con capacidad de visualizar la operación en la red, por tal motivo se propone la implementación de un Estimador de Estado Armónico. Con este estimador se pretende identificar problemas operativos con fuentes armónicas que ocasionan distorsión en las señales de voltaje y de corriente. El estimador de estado propuesto será probado con un sistema modificado de la IEEE.

Gabriel Antona, Carlos Muscas y Sara Sulis [1] proponen modificar la red de prueba IEEE 13 nodos, reduciéndolo a uno de 4 barras y 3 líneas además de asumir el sistema balanceado para realizar los análisis en un equivalente monofásico. En el presente estudio se considera una topología de 4 nodos y 3 líneas y se asumen todos los desbalances de la red, en consecuencia, el modelo del sistema es trifásico.

La metodología que se propone es la siguiente:

- Ubicación óptima de medidores
- Modelo del sistema
- Aplicación del algoritmo de estimación
- Análisis de resultados.

4.1 UBICACIÓN ÓPTIMA DE MEDIDORES

Los medidores disponibles para análisis armónico son pocos (por los altos costos de inversión, instalación y mantenimiento) comparado con el gran tamaño de los sistemas de distribución, además, la topología característica de éstos, incluyen singularidades al proceso matemático, en consecuencia, se puede perder observabilidad del problema. Así, se deben identificar los sitios y tipos de medidas a tomar, de tal forma que se garantice de que todas las variables de estado se puedan observar, que no se presenten islas en el sistema, que la estimación no presente el problema de medidas erróneas de difícil identificación, que el número de medidores sea óptimo y que la calidad de los valores estimados no se vea afectada.

Se dice que un sistema es observable en el tiempo t_0 si, con el sistema en el estado $\vec{x}(t_0)$, es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito. “Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $\vec{x}(t_0)$ se determina a partir de la observación de $\vec{y}(t)$ durante un intervalo de tiempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$. Por tanto, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida” [14].

Un sistema descrito por las ecuaciones

$$\begin{aligned}\dot{\vec{x}} &= [A]\vec{x} \\ \vec{y} &= [C]\vec{x}\end{aligned}\quad (88)$$

Es completamente observable si y solo si la matriz de $n \times nm$

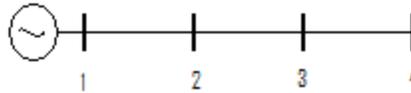
$$\begin{bmatrix} [C] & [A][C] & \cdots & ([A])^{(n-1)}[C] \end{bmatrix}\quad (89)$$

Es de rango n . Esta se denomina *matriz de observabilidad* [14].

Los sistemas de distribución, dada su topología radial, la ubicación de los medidores pueden volver el modelo no observable. El procedimiento usado para garantizar la observabilidad es mostrado en un ejemplo.

Supóngase un sistema de 4 nodos como se muestra en la figura 14.

Figura 7. Sistema de 4 nodos, ejemplo observabilidad



Si se tiene un sistema de N nodos con r medidores, existen ${}_N C_r$ posibilidades de ubicación de dichos medidores. Ya que cada medidor puede tener como mínimo, dos tipos de canales independientes de entradas (voltaje y corriente), entonces para que el proceso de estimación se pueda realizar se debe tener por lo menos una cantidad de instrumentos igual a la mitad del número de nodos, es decir, $r = N/2$, de ésta forma se garantiza que el número de medidas tomadas sea mayor o igual al número de variables de estado. En el presente caso, se tiene una red de 4 nodos, en consecuencia se debe disponer de 2 instrumentos, resultando así en 6 formas posibles de localización. Ya que la matriz de observabilidad depende de la matriz $[C]$ (que es la misma matriz $[H]$ de las ecuaciones de estimación) y ésta a su vez depende de la Y_{bus} del sistema, un procedimiento para encontrar las combinaciones factibles es la unión de subespacios.

La Y_{bus} de la figura 14 se observa en la tabla 8.

Tabla 1. Ybus del sistema de 4 nodos

Y11	Y12	0	0
Y21	Y22	Y23	0
0	Y32	Y33	Y34
0	0	Y43	Y44

Usando notación binaria representando con uno (1) la existencia de medidor en el nodo i (representada por la posición del vector) con $i = 1, 2, 3, 4$ como se muestra en la figura 12, tenemos el siguiente conjunto de soluciones:

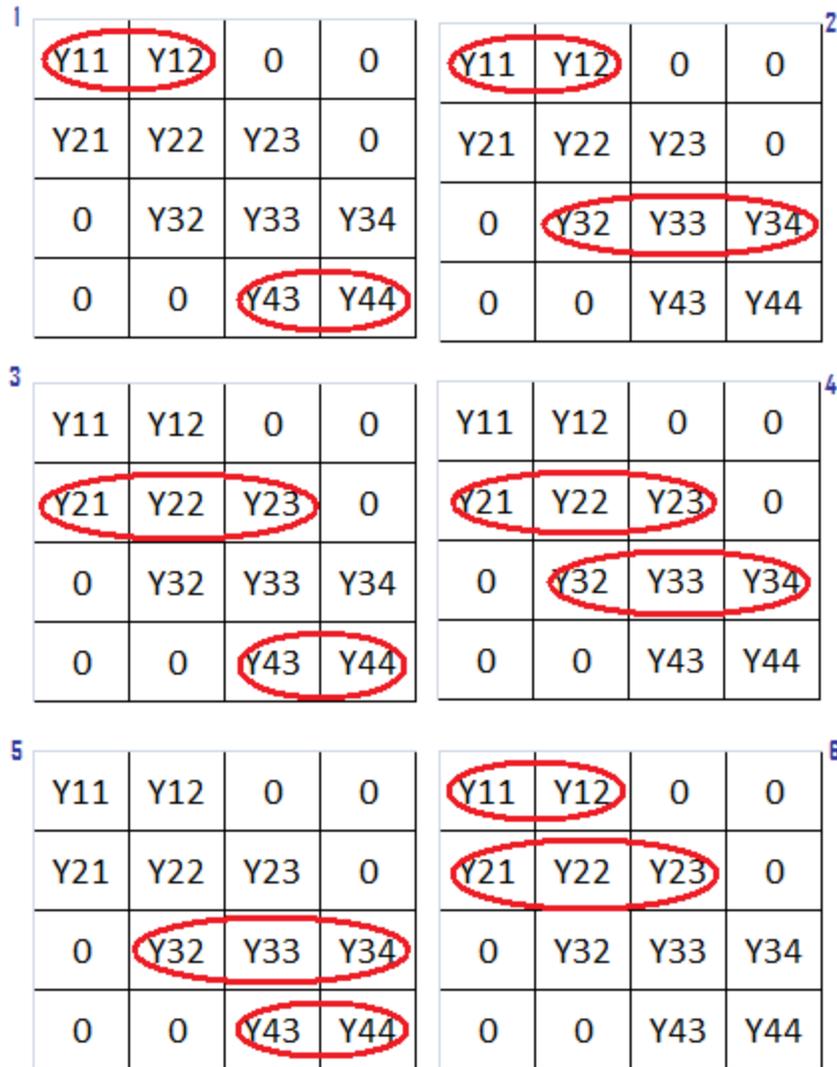
- Opción 1: (1 0 0 1)
- Opción 2: (1 0 1 0)
- Opción 3: (0 1 0 1)
- Opción 4: (0 1 1 0)
- Opción 5: (0 0 1 1)
- Opción 6: (1 1 0 0)

Figura 8. Representación binaria de las distintas combinaciones Nodo - medidores

N1	N2	N3	N4
0	1	0	1

Para cada opción es posible construir los subespacios formados a partir de la *Ybus*, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 9. Distintas opciones localizadas en la Ybus



Se nota que la unión de los subespacios de las cuatro primeras opciones, construye el espacio completo de variables, permitiendo observabilidad completa. En la quinta posibilidad solo es posible observar x_2 , x_3 y x_4 , en la última, sólo son posibles las tres primeras.

La idea es escoger la mejor opción de las 4 soluciones factibles, en consecuencia, nos valemos de la matriz de covarianza construida a partir de $[C]$ ($[H]$ en la nomenclatura de estimación de estado) como se indica en la ecuación (79).

$$[P] = ([H]^T [R]^{-1} [H])^{-1} \quad (90)$$

Si todos los instrumentos poseen la misma ponderación en las medidas, entonces la matriz $[R]$ se reduce a la matriz identidad $[I]$ y la ecuación (79) queda:

$$[P] = ([H]^T [H])^{-1} \quad (91)$$

Ya que la covarianza da una medida de la manera en que las variables aleatorias tienden a varias juntas, entonces la matriz en la que la suma de sus elementos sea la menor se puede tomar como la opción más óptima.

4.2 MODELO DEL SISTEMA

Con el fin de acercarse a un modelo real y debido al desbalance que presentan los sistemas de distribución, es propuesto un modelamiento trifásico. Las redes eléctricas presentan variación en su operación las 24 horas del día, viendo afectadas todas sus variables en forma continua. En esta ocasión se realizara un análisis estático de la red, quiere decir, se asume una condición de operación y se estudia el comportamiento operativo del sistema.

Algunas cargas no lineales poseen características de corriente y voltaje variantes en el tiempo, es decir, son señales que no son periódicas; la literatura especializada ha propuesto herramientas como la transformada de wavelet para su análisis. Los fenómenos transitorios producen señales que no solo poseen componentes armónicos, sino también interarmónicos y subarmónicos, causando que las series de Fourier se vuelvan ineficientes. En el presente estudio las fuentes armónicas se consideran invariantes en el tiempo y se analizarán en estado permanente, es decir, se pueden analizar los armónicos en forma desacoplada por medio de las series de Fourier.

4.3 ALGORITMO DE ESTIMACIÓN

Existen distintos criterios matemáticos para la estimación de estado, tales como los mínimos cuadrados, mínimos cuadrados recursivos, estimadores bayesianos, estimación por máxima verosimilitud, filtro de Kalman, entre otros. Además se han desarrollado algoritmos iterativos que pueden funcionar muy bien en sistemas dinámicos.

El filtro de Kalman ha ganado reconocimiento en la estimación de estado, sin embargo, en modelos estáticos, se reduce al criterio de mínimos cuadrados, además si se considera el mismo peso para cada medida (instrumentos de la misma referencia, del mismo lote, etc), el algoritmo se reduce a una sola iteración.

El método de estimación realizado en el presente estudio es el filtro de Kalman, pero por el modelo del sistema y lo expuesto en la sección 2.3.1 el algoritmo es el mismo de mínimos cuadrados.

El programa de estimación se basa en los siguientes pasos:

- Se importa desde Excel la matriz de medida o modelo del sistema. Esta matriz es el resultado del primer paso de la metodología, el cuál usa un algoritmo independiente para escoger la mejor localización de los medidores o en un caso práctico, el modelo construido de la ubicación previa que tenían los instrumentos.
- Se leen las medidas las cuales son proporcionadas externamente por las simulaciones de la red de prueba o en un caso práctico, por un sistema SCADA.
- Se aplica el algoritmo del filtro de Kalman expuesto en la sección 2.3 (el cual es el mismo de mínimos cuadrados por el modelo estático de la red). A partir del modelo y el vector de medidas, se puede estimar los valores de las variables de estado.
- Se exportan los resultados a Excel para su posterior análisis. Los resultados arrojados por el algoritmo son analizados por el operario.

4.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

La falta de mediciones para la identificación de señales armónicas en las redes de distribución ha conducido al personal encargado del análisis de estas redes a proponer metodologías para la realización de estudios armónicos y de esta forma proponer soluciones para la identificación de fuentes armónicas en el sistema. Identificados los sitios de las fuentes armónicas el paso siguiente sería identificar responsabilidades y proponer soluciones a dicho problema operativo.

Después de realizarse la estimación se recurrirá a dos criterios para la evaluación de posibles fuentes armónicas, éstos son, la verificación de los nodos que tengan las magnitudes de las tensiones armónicas más altas y la verificación de inyecciones de corrientes armónicas.

4.4.1 Criterios usados en la evaluación de fuentes armónicas. Se usan dos criterios para la evaluación de fuentes armónicas; si ambos coinciden se puede tener una alta certeza en la determinación de si hay fuente armónica o no, en caso contrario, es un nodo sospechoso donde se necesita ampliar la información con medidas realizadas en dicho nodo, con medidas históricas o con la experiencia del operador. Estos criterios son:

- **Primer criterio de evaluación de fuentes armónicas.** Una inyección de corriente armónica en un nodo implica una tensión armónica alta en el nodo, por tanto, las barras que

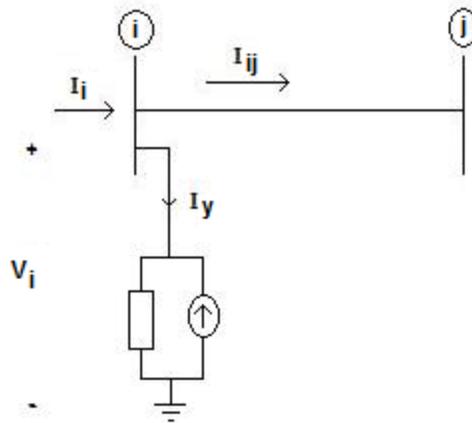
posean las magnitudes más altas de voltaje armónico (para cada armónico de estudio) son considerados como posibles fuentes armónicas (del armónico de estudio).

- **Segundo criterio de evaluación de fuentes armónicas.** En la figura 7 se muestra un subsistema conformado por una línea, las dos bahías de la línea y una carga no lineal. Aplicando suma de corrientes en el nodo i tenemos:

$$I_y = I_i - I_{ij} \quad (73)$$

Si I_y es una corriente positiva, es decir, se encuentra en el mismo sentido que se dibuja en la figura 7, entonces es una carga que absorbe armónicos, de lo contrario, si es corriente negativa o que va en el sentido contrario a lo dibujado en la figura 7, es una fuente de distorsión que está contaminando el sistema.

Figura 10. Inyección de corriente armónica

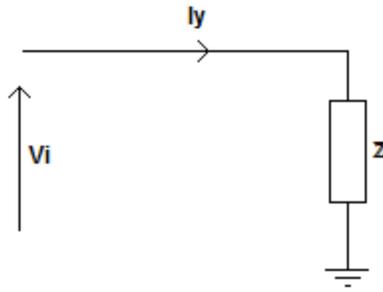


De acuerdo a la figura 8, tenemos el siguiente desarrollo:

$$I_y = \frac{V < \theta}{Z < \phi} = |I_y| < (\theta - \phi) \quad (74)$$

Donde $V < \theta$ representa el fasor de voltaje y $Z < \phi$ representa el valor de la impedancia.

Figura 11. Relación V_i con I_y



La impedancia está formada por una parte resistiva y una reactiva, por tanto el ángulo de ésta se encuentra entre -90° y 90° .

$$\begin{aligned} -90^\circ &\leq \phi \leq 90^\circ \\ 90^\circ &\geq -\phi \geq -90^\circ \\ \theta - 90^\circ &\leq \theta - \phi \leq \theta + 90^\circ \end{aligned}$$

Sea $\beta = \theta - \phi$, el ángulo de la corriente I_y , obteniendo

$$\theta - 90^\circ \leq \beta \leq \theta + 90^\circ \quad (75)$$

Si el ángulo de I_y cumple con la desigualdad que representa la ecuación (75), entonces la corriente es positiva; de lo contrario es negativa, significando que es una carga que absorbe o que es una fuente generadora de armónicos, respectivamente.

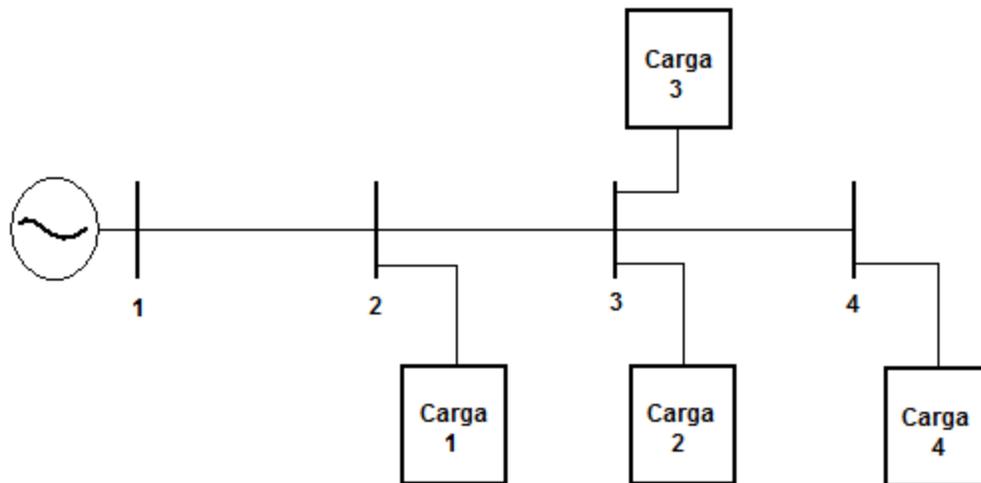
5. RESULTADOS

5.1 SISTEMA DE PRUEBA

El sistema está basado en una modificación de la red de prueba IEEE de 13 nodos [10], tomando en la cuenta la propuesta que hacen Gabriel Antona, Carlos Muscas y Sara Sulis en su artículo [1], reduciéndolo a cuatro nodos, tres líneas y cuatro cargas de la cuales dos son no lineales. No se realiza la simplificación a un equivalente monofásico propuesta también por los autores antes mencionados.

El sistema de prueba es presentado en la figura 12.

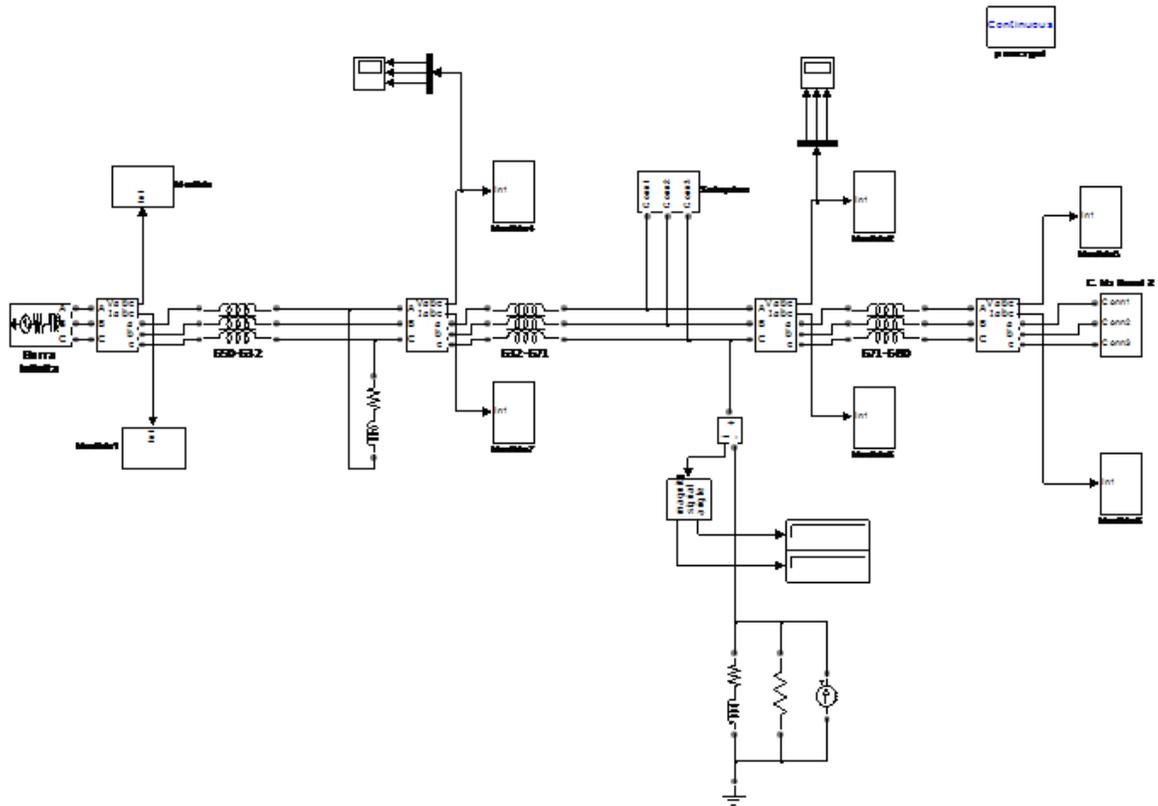
Figura 12. Topología del sistema de prueba



El sistema mostrado en la figura número 9 es trifásico desbalanceado, con cargas monofásicas fase neutro, bifásicas fase – fase y trifásicas, además de ser algunas lineales y otras no lineales.

Para realizar las simulaciones se usa el *Simulink* de MATLAB, versión R2009a. Uno de los escenarios de prueba se puede observar en la figura 10. En los nodos hay medidores trifásicos de voltaje y corriente en las que sus señales de salida alimentan analizadores armónicos. Las cargas no lineales son representadas con una fuente de corriente en paralelo con una admitancia.

Figura 13. Escenario de simulación usando MATLAB



5.2 CASOS DE PRUEBAS

5.2.1 Caso 1. En el primer caso se estudia el efecto de la ubicación de los medidores en la red de distribución. En primera instancia los medidores se colocan de forma aleatoria en los nodos 1 y 4, garantizando que la red sea observable.

En este caso se analiza el comportamiento del tercer armónico. Las cargas no lineales están ubicadas en los nodos 3 y 4 (figura 13).

Las señales de tensión en los distintos nodos se muestran en las siguientes figuras. Se observa una leve distorsión en el nodo 2; la contaminación armónica es leve, ya que la carga está conectada en una especie de delta y por tanto atrapa las terceras componentes (figura 15). En los nodos 3 y 4 se observa las señales de voltaje muy contaminadas por el tercer armónico (figuras 16 y 17).

Figura 14. Voltajes trifásicos en el nodo 1. Caso 1

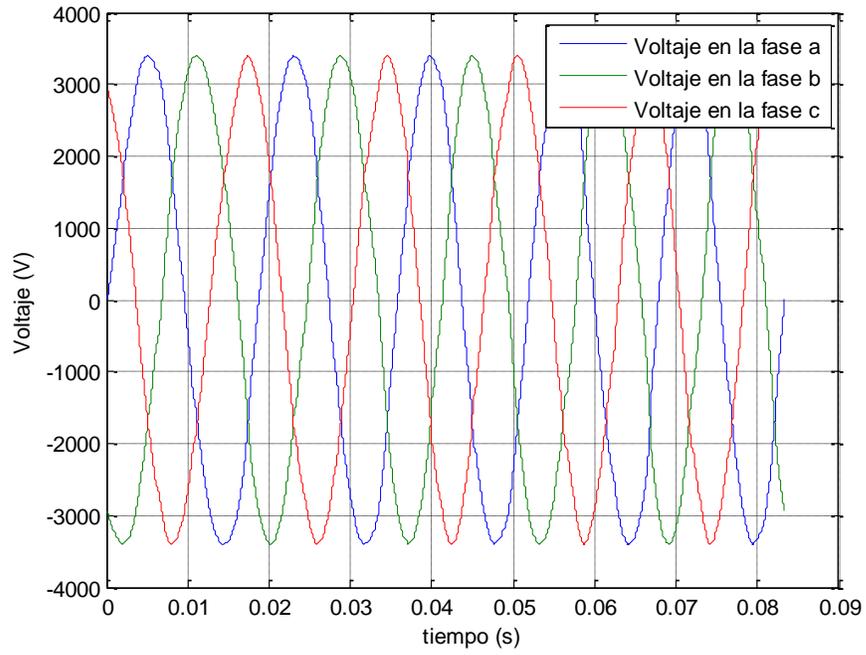


Figura 15. Voltajes trifásicos en el nodo 2. Caso 1

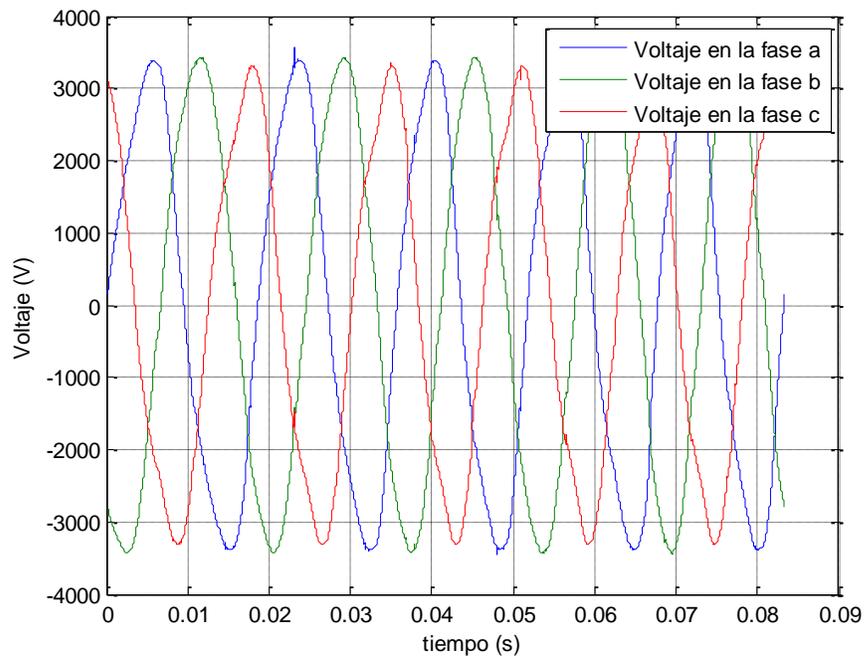


Figura 16. Voltajes trifásicos en el nodo 3. Caso 1

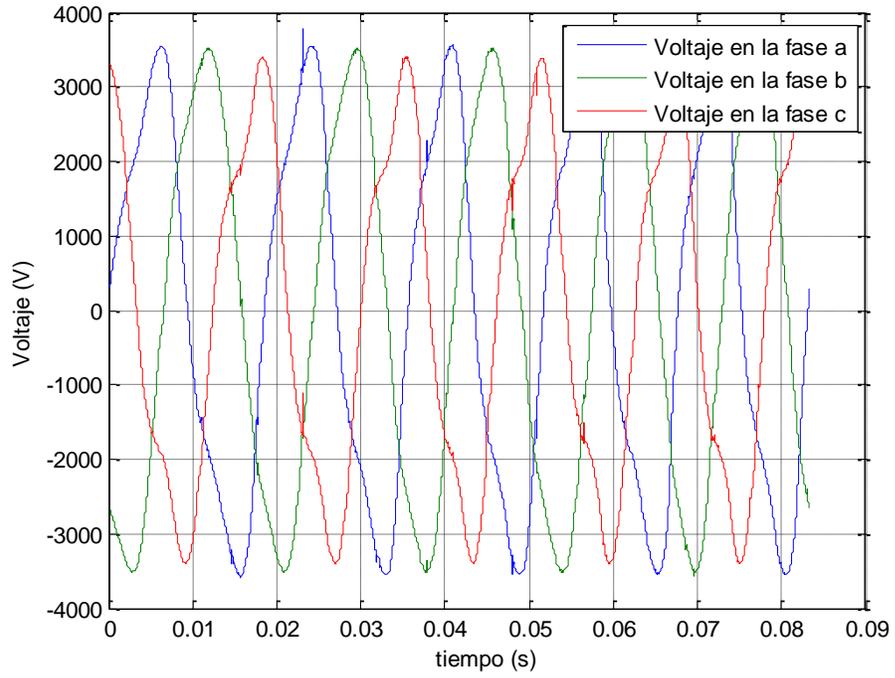
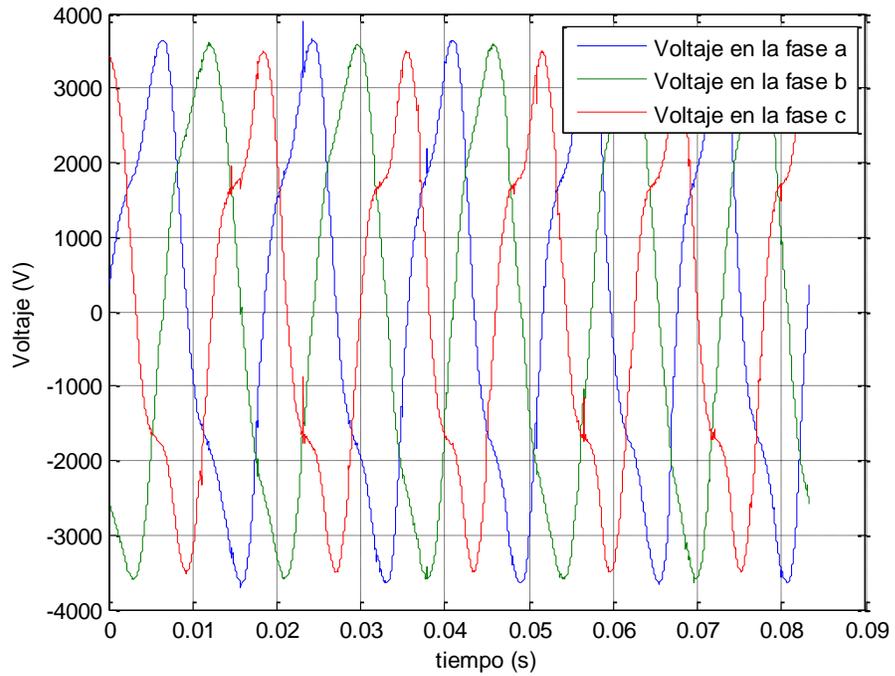


Figura 17. Voltajes trifásicos en el nodo 4. Caso 1



Los resultados son representados de manera resumida en la tabla 2

Tabla 2. Resultados caso 1. Análisis del tercer armónico.

Nodo	Corriente I_y 3°		Límites angulares		Voltaje estimado 3°		Voltaje medido 3°	
	Corr I_y	Áng gra	Lim Inf	Lim Sup	Magnitud	Ángulo	Magnitud	Ángulo
1a	856,87	16,36	1,50	181,50	0,33	91,50	0,33	91,50
1b	335,54	-178,75	-193,60	-13,60	0,13	-103,60	0,13	-103,60
1c	507,39	-22,84	-37,69	142,31	0,20	52,31	0,20	52,30
4a	131,80	173,00	-13,40	166,60	632,90	76,60	632,90	76,60
4b	25,74	179,80	-12,92	167,08	456,20	77,08	456,20	77,08
4c	189,31	179,40	-13,00	167,00	711,04	77,00	711,00	77,00
2a	978,47	13,27	-12,60	167,40	439,51	77,40	251,90	75,89
2b	312,57	-178,48	-17,26	162,74	157,31	72,74	180,70	76,15
2c	676,55	-19,12	-26,90	153,10	386,03	63,10	281,20	75,41
3a	148,18	-74,38	-14,09	165,91	678,05	75,91	503,70	75,83
3b	494,39	4,51	-13,57	166,43	489,28	76,43	362,00	76,13
3c	790,82	26,05	-13,54	166,46	763,16	76,46	563,50	75,52

Donde,

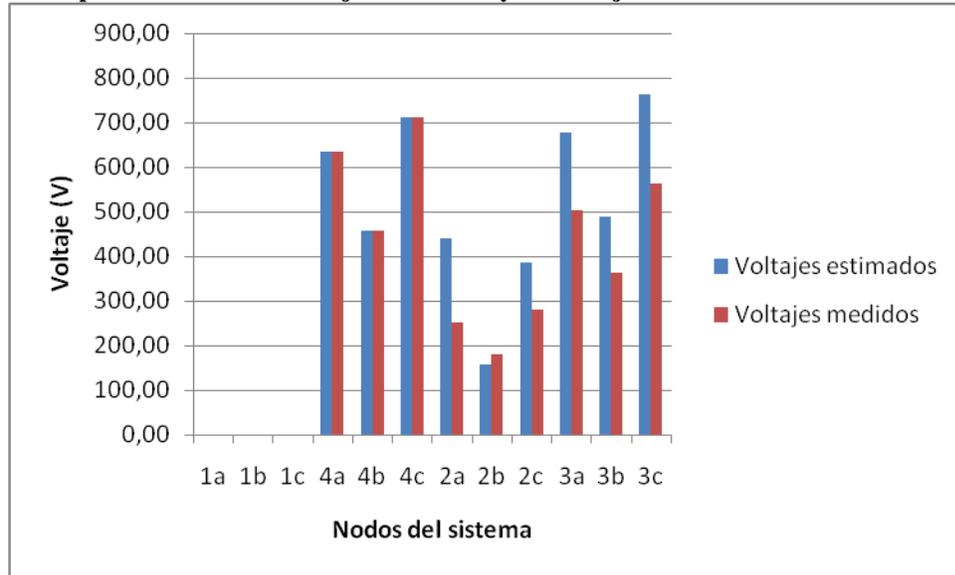
- **Nodo:** Nodo de evaluación
- **Corriente I_y 3°:** Inyección de corriente armónica I_y , tercer componente, para la aplicación del segundo criterio analizado en la sección 4.4.1. Magnitud y ángulo.
- **Límites angulares:** Límites de comparación para el criterio de inyección de corrientes armónicas. Límite superior y límite inferior.
- **Voltaje estimado 3°:** Voltajes de nodo estimados del tercer armónico, magnitud y ángulo.
- **Voltaje medido 3°:** Voltajes de nodo del tercer armónico arrojados por la simulación.

Aplicando el primer criterio de evaluación (analizado en la sección 4.4.1) y al observar los datos de la tabla 2, los nodos 3 y 4 contienen posibles fuentes de armónicos; de acuerdo al segundo criterio (analizado en la sección 4.4.1), se observa que el nodo 4 en sus 3 fases, el nodo 2 en su fase *b* y el nodo 3 en su fase *a*, poseen posibles fuentes armónicas.

Dado la coincidencia de los dos criterios de análisis, se puede inducir que en los nodos 3 y 4 existe una alta probabilidad de encontrarse una carga no lineal.

En la figura 18 se observa una comparación entre los voltajes arrojados por la simulación y los voltajes estimados con el algoritmo.

Figura 18. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 1



5.2.2 Caso 2. En el segundo caso se analiza el comportamiento del quinto armónico. Las características topológicas son las mismas del caso uno (1), por tanto, las cargas no lineales y los medidores se encuentran en los mismos nodos (3 y 4 para las cargas y 1 y 4 para los medidores).

Las señales de tensión en los distintos nodos se muestran en las siguientes figuras. Se observa que en el nodo 1, el voltaje en cada fase no posee una distorsión significativa (figura 19). En el segundo nodo se observa la propagación de los armónicos generados en los nodos 3 y 4; en éste caso, la carga conectada en el presente nodo no filtra el quinto armónico; las fases *a* y *c* son las más afectadas (figura 20). En el tercer y cuarto nodo se nota una fuerte distorsión en la forma de la señal, ya que es una componente de alta frecuencia; estas componentes pueden afectar otro tipo de señales, como las de los relés y posiblemente resonar con las frecuencias de algunos capacitores acrecentando el problema (figuras 21 y 22).

Figura 19. Voltajes trifásicos en el nodo 1. Caso 2

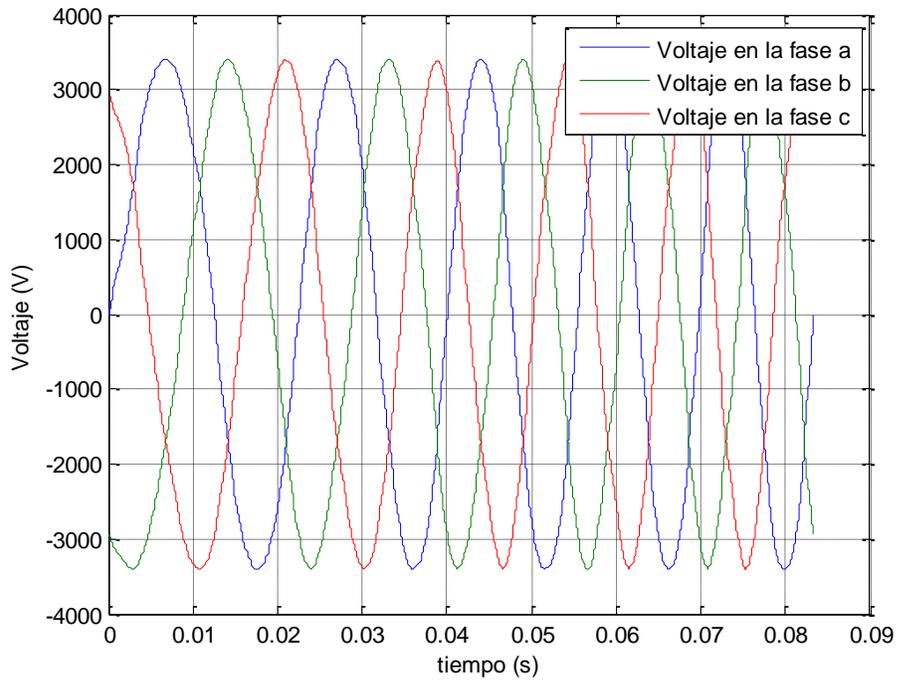


Figura 20. Voltajes trifásicos en el nodo 2. Caso 2

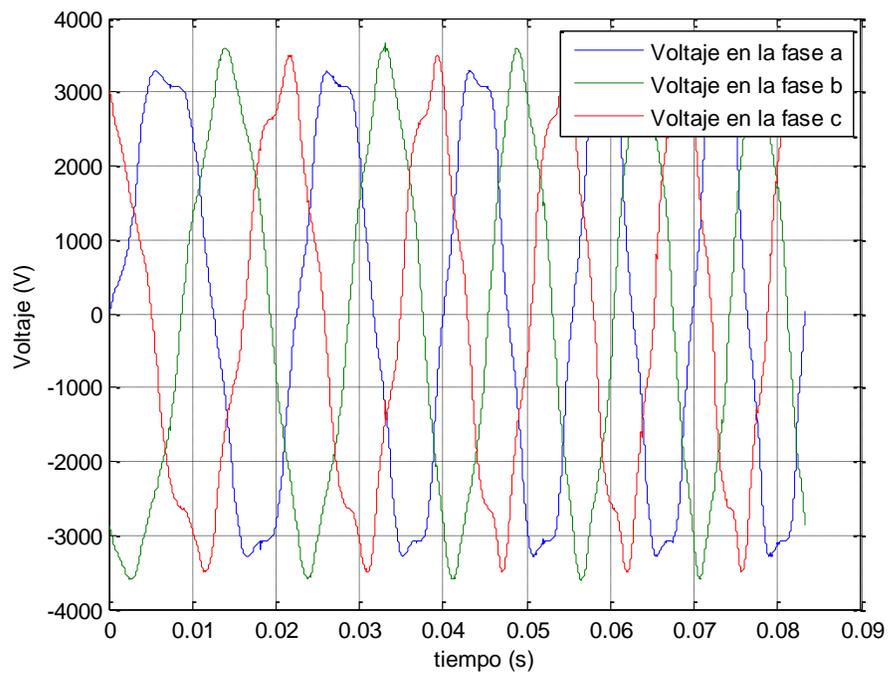


Figura 21. Voltajes trifásicos en el nodo 3. Caso 2

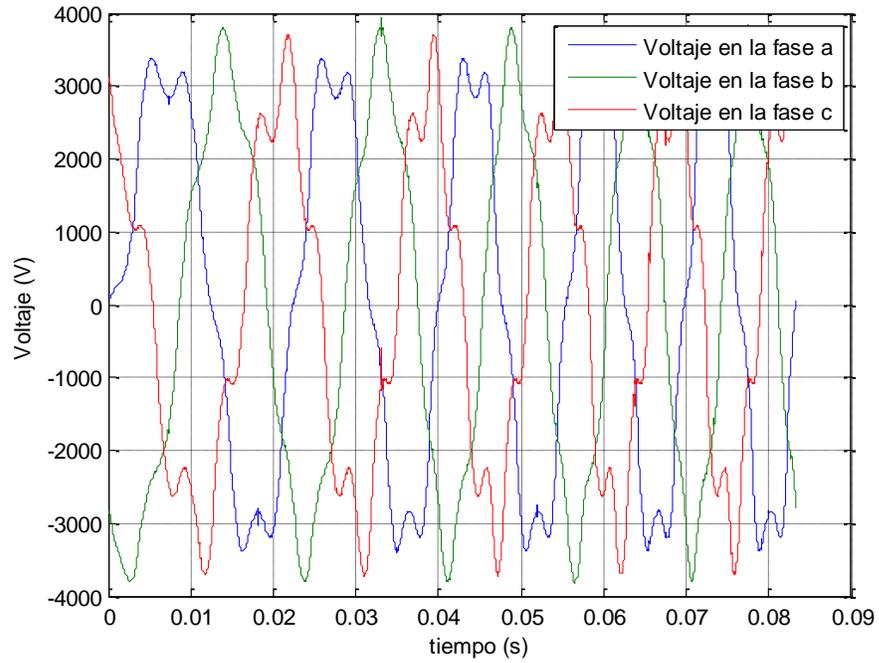
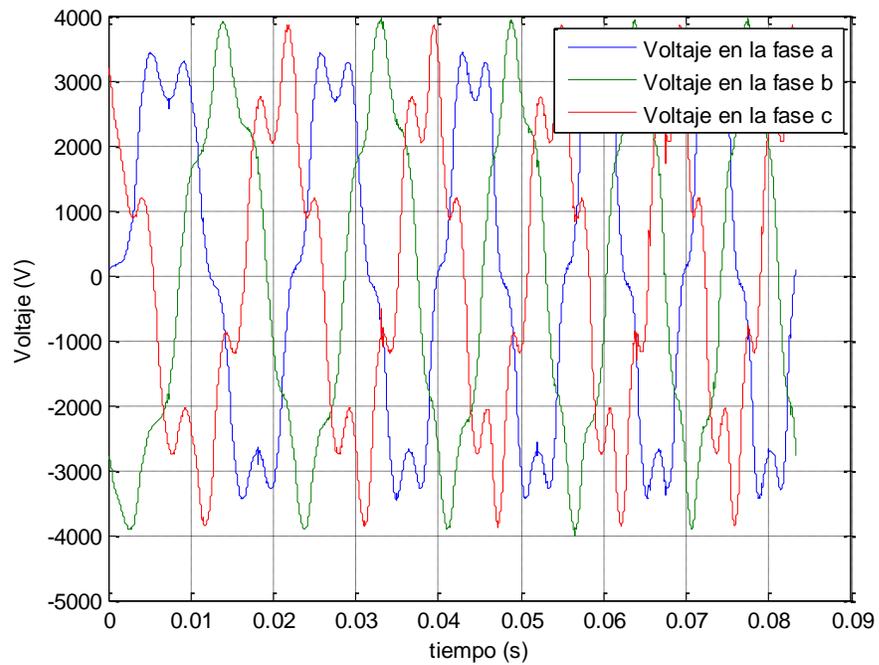


Figura 22. Voltajes trifásicos en el nodo 4. Caso 2



Los resultados son representados de manera resumida en la tabla 3.

Tabla 3. Resultados caso 2. Análisis del quinto armónico

Nodo	Corriente I_5		Límites angulares		Voltaje estimado 5°		Voltaje medido 5°	
	Corr I_5	Áng gra	Lim Inf	Lim Sup	Magnitud	Ángulo	Magnitud	Ángulo
1a	1277,38	-14,93	-29,79	150,21	0,50	60,21	0,50	60,21
1b	671,85	62,46	47,60	227,60	0,26	137,60	0,26	137,60
1c	1428,75	150,73	-224,13	-44,13	0,56	-134,13	0,56	-134,10
4a	56,19	-124,46	55,60	235,60	598,80	145,60	598,80	145,60
4b	11,53	-116,92	56,50	236,50	454,08	146,50	454,08	146,50
4c	156,33	-116,99	58,60	238,60	869,35	148,60	869,35	148,59
2a	1297,28	-12,59	3,38	183,38	410,01	93,38	234,50	145,40
2b	681,61	62,43	40,74	220,74	401,22	130,74	176,40	146,30
2c	1442,29	145,04	-258,13	-78,13	437,63	-168,13	334,80	148,40
3a	1402,14	137,89	54,96	234,96	623,99	144,96	468,60	145,40
3b	590,12	-120,96	55,84	235,84	473,73	145,84	352,60	146,30
3c	1873,29	31,80	57,97	237,97	906,22	147,97	670,00	148,40

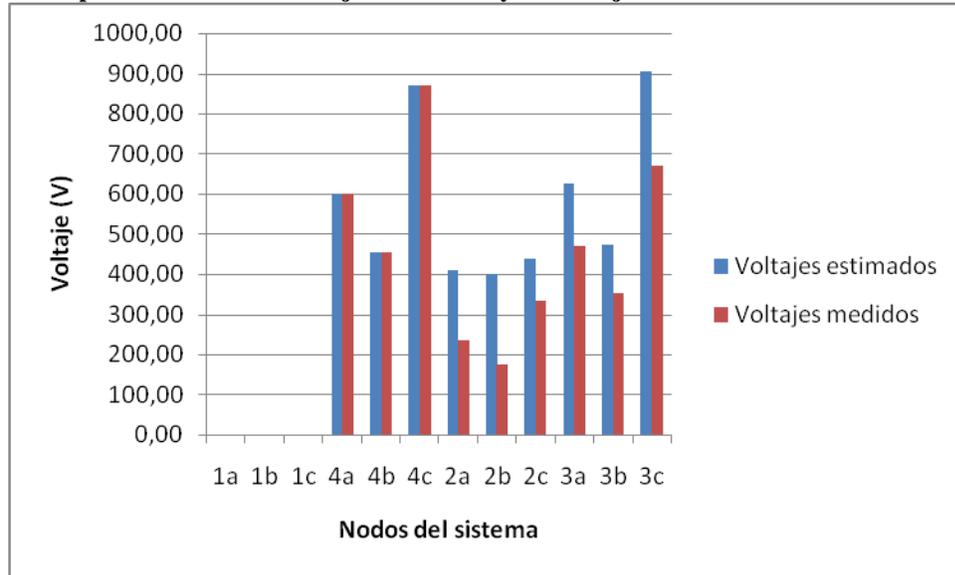
Los campos de la tabla 3, poseen la misma interpretación dada para los campos de la tabla 2 del caso 1

Aplicando el primer criterio de evaluación (analizado en la sección 4.4.1) y al observar los resultados en la tabla 3, los nodos 3 y 4 contienen posibles fuentes de armónicos, se nota además, una fuerte inyección en la fase *c* del tercer nodo. De acuerdo al segundo criterio (analizado en la sección 4.4.1), se observa que el nodo 4 en sus 3 fases y el nodo 3 en sus fases *b* y *c*, poseen posibles fuentes armónicas.

Dado la coincidencia de los dos criterios de análisis, se puede inducir que en los nodos 3 y 4 existe una alta probabilidad de encontrarse una carga no lineal.

En la figura 23 se observa una comparación entre los voltajes arrojados por la simulación y los voltajes estimados con el algoritmo.

Figura 23. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 2



5.2.3 Caso 3. En el tercer caso los medidores se colocan de forma aleatoria en los nodos 1 y 4, garantizando que la red sea observable; las cargas no lineales son colocadas en el segundo y cuarto nodo, como es mostrado en la figura 24.

En este caso se analiza el comportamiento del tercer armónico, especialmente en una carga conectada en delta.

Las señales de tensión en los distintos nodos se muestran en las figuras 25 a la 28. Se observa que en el nodo 1, el voltaje en cada fase no posee una distorsión significativa (figura 25). En el segundo nodo (figura 26) se observa una leve distorsión armónica, aún estando la carga no lineal allí, lo anterior es dado por la conexión de la carga (especie de delta), la cual es apropiada para filtrar las componentes de secuencia cero ($k = 3, 6, 9, \dots$, componentes armónicas). En el tercer nodo (figura 27) se observa como la propagación de los armónicos afecta notablemente el voltaje lo cual puede conducir a incorrectas operaciones en las cargas que allí se encuentran conectadas. En el nodo 4 se observa una fuerte carga no lineal; contiene una componente armónica tercera de alta magnitud (figura 28).

Figura 24. Escenario con cargas no lineales en 2 y 4

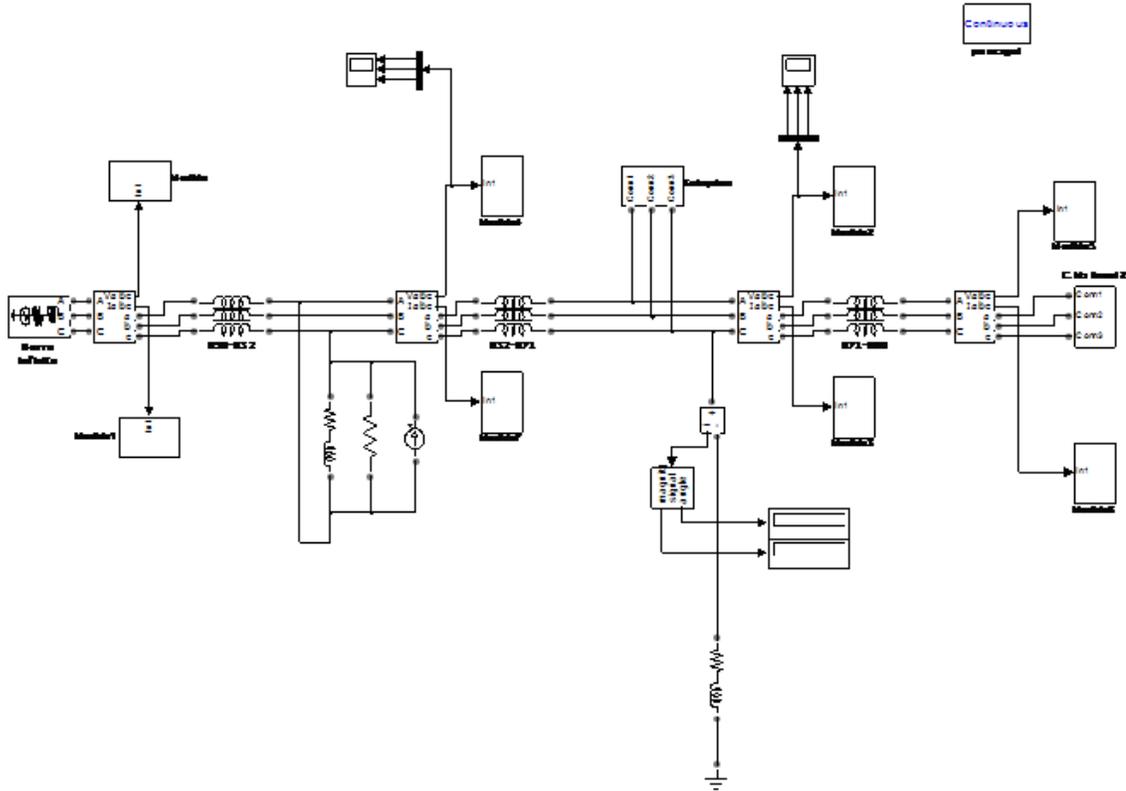


Figura 25. Voltajes trifásicos en el nodo 1. Caso 3

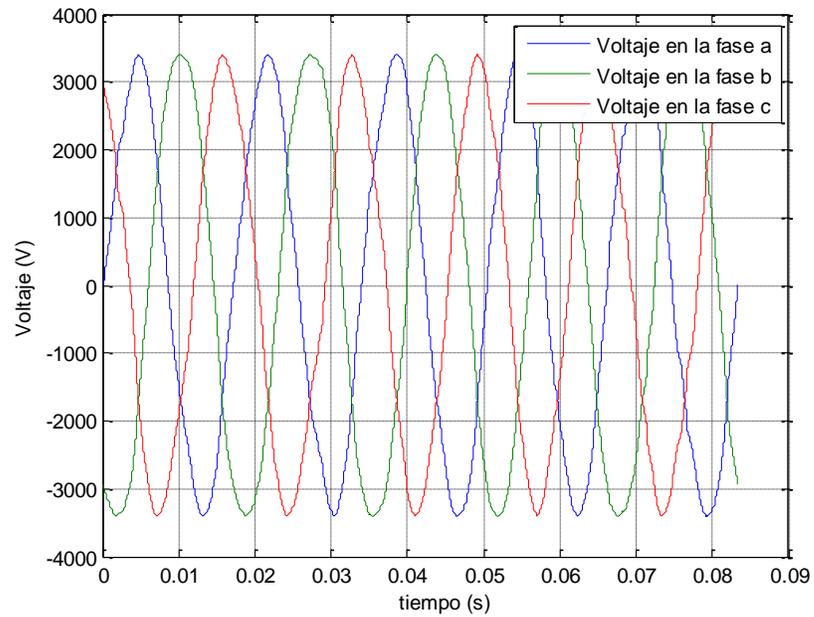


Figura 26. Voltajes trifásicos en el nodo 2. Caso 3

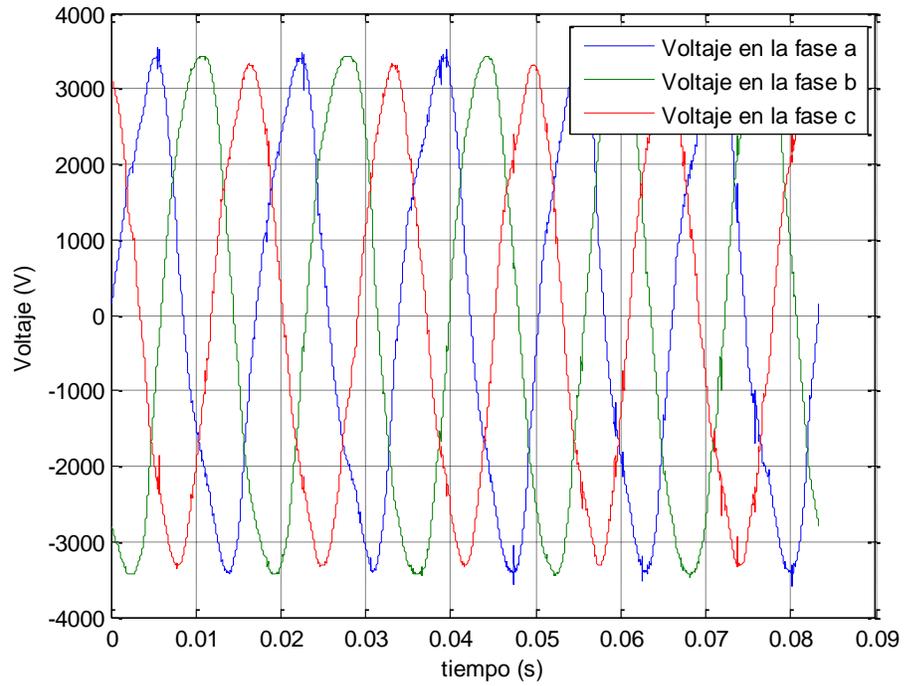


Figura 27. Voltajes trifásicos en el nodo 3. Caso 3

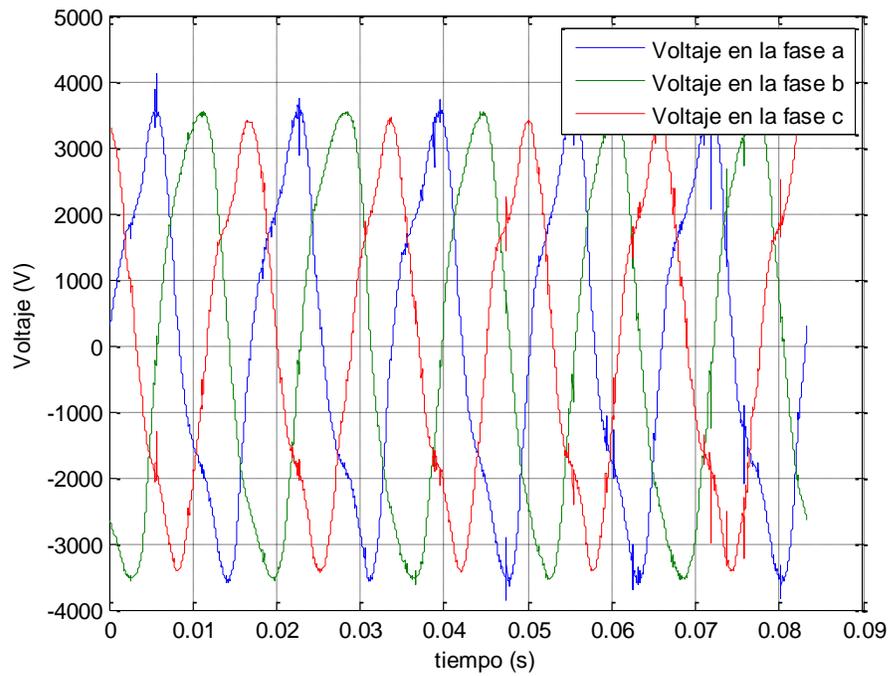
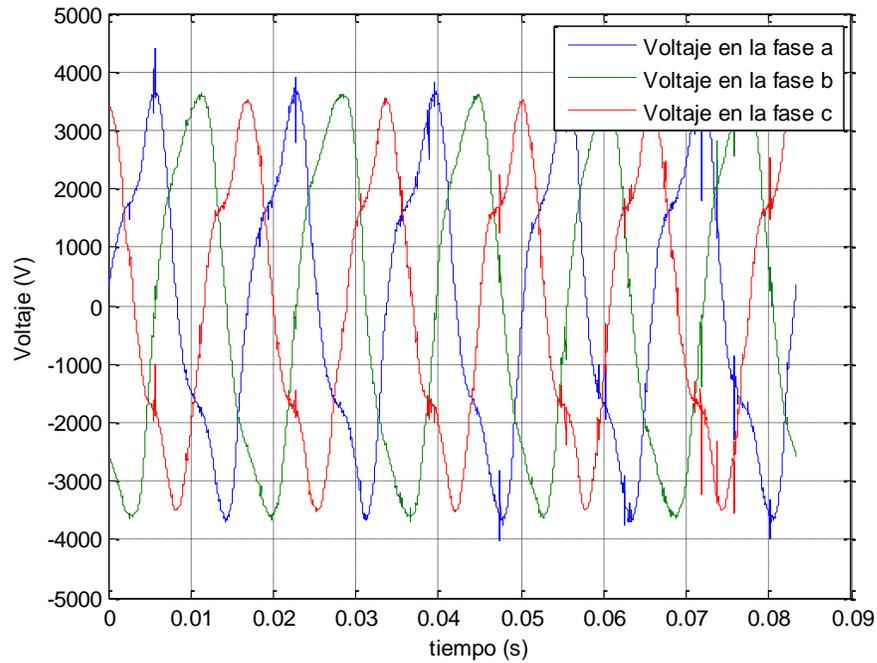


Figura 28. Voltajes trifásicos en el nodo 4. Caso 3



Los resultados son representados de manera resumida en la tabla 4.

Tabla 4. Resultados caso 3. Análisis del tercer armónico.

Nodo	Corriente $I_{y 3^\circ}$		Límites angulares		Voltaje estimado 3°		Voltaje medido 3°	
	Corr I_y	Áng gra	Lim Inf	Lim Sup	Magnitud	Ángulo	Magnitud	Ángulo
1a	769,15	67,99	53,13	233,13	0,30	143,13	0,30	143,13
1b	244,31	-79,64	-94,50	85,50	0,10	-4,50	0,10	-4,50
1c	736,49	-32,12	-46,97	133,03	0,29	43,03	0,29	43,03
4a	132,67	172,40	-11,21	168,79	635,12	78,79	635,12	78,79
4b	25,76	179,56	-11,17	168,83	456,55	78,83	456,55	78,83
4c	189,50	179,20	-11,31	168,69	713,50	78,69	713,50	78,68
2a	828,33	59,60	8,88	188,88	363,24	98,88	251,90	80,24
2b	250,18	-74,51	-25,75	154,25	233,80	64,25	180,10	79,03
2c	901,27	-27,80	-30,86	149,14	426,61	59,14	282,20	76,60
3a	821,36	-45,69	-12,08	167,92	680,06	77,92	503,10	78,86
3b	292,38	68,01	-11,96	168,04	489,52	78,04	360,70	78,72
3c	800,40	46,25	-11,98	168,02	765,46	78,02	562,80	78,07

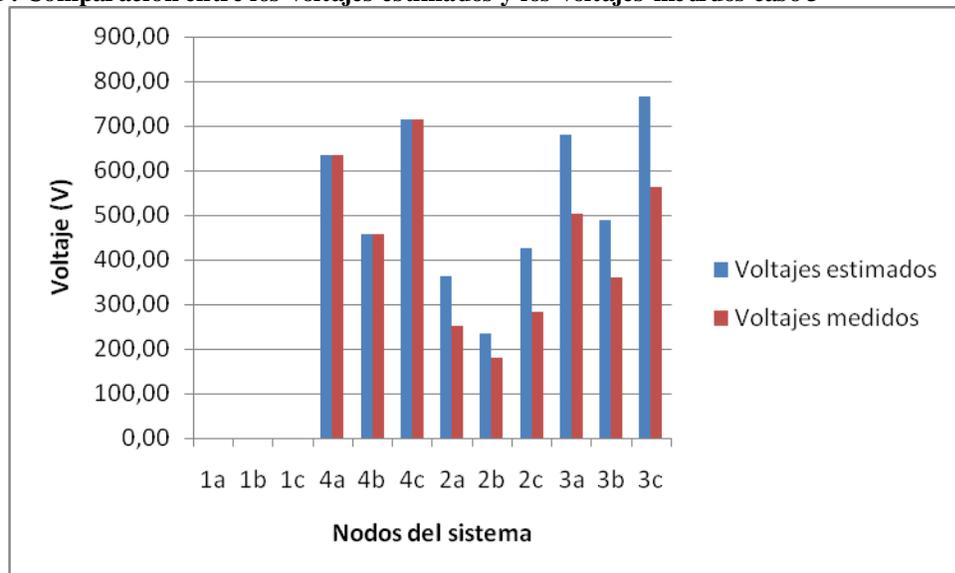
Los campos de la tabla 4, poseen la misma interpretación dada para los campos de la tabla 2 del caso 1

Aplicando el primer criterio de evaluación (analizado en la sección 4.4.1) y al observar los resultados en la tabla 4, los nodos 3 y 4 contienen posibles fuentes de armónicos. De acuerdo al segundo criterio (analizado en la sección 4.4.1), se observa que el nodo 4 en sus 3 fases, el nodo 2 en su fase *b* y el nodo 3 en su fase *a*, poseen posibles fuentes armónicas.

Dado los resultados de los dos criterios de análisis, se puede inducir que en los nodos 3 y 4 existe una alta incidencia de distorsión armónica causada por la tercer componente, pero no son precisamente donde se localizan las fuentes armónicas; en el nodo 2, dada la conexión especial de la carga (una especie de delta), la distorsión que se presenta es baja.

En la figura 29 se observa una comparación entre los voltajes arrojados por la simulación y los voltajes estimados con el algoritmo.

Figura 29. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 3



5.2.4 Localización óptima de los medidores. En vista de los grandes errores que se observaron en las tres primeras pruebas, se hace indispensable la ubicación de los medidores de una manera óptima, por tanto se sigue el procedimiento establecido en la sección 4.1.

El sistema posee 4 nodos y se poseen 2 medidores de armónicos, por tanto existen ${}_4C_2$ posibilidades, es decir, 6 opciones de ubicar los medidores en el sistema. Usando notación binaria representando con uno (1) la existencia de medidor en el nodo *i* representada por la posición del vector (figura 12), tenemos el siguiente conjunto de soluciones:

- Opción 1: (1 0 0 1)
- Opción 2: (1 0 1 0)
- Opción 3: (0 1 0 1)
- Opción 4: (0 1 1 0)
- Opción 5: (0 0 1 1), solución no factible ya que no garantiza observabilidad.
- Opción 6: (1 1 0 0), solución no factible ya que no garantiza observabilidad.

Los archivos relacionados al proceso son:

- Opcion1.xls
- Opcion2.xls
- Opcion3.xls
- Opcion4.xls
- Hoptimo.m

Figura 30. Nomenclatura de la combinación

N1	N2	N3	N4
0	1	0	1

La suma de los elementos de cada matriz de covarianza, resultante de cada matriz de medida, se resume en la tabla 4:

Tabla 5. Suma de los elementos de las matrices de covarianza

suma covarianzas
11658888,31
2917674,222
28,62225794
23,79073241

Se observa que la menor suma se da en la última fila, es decir con la opción 4: Los medidores ubicados en el segundo y tercer nodo.

5.2.5 Caso 4. En el cuarto caso se estudia el efecto de la ubicación óptima de los medidores en la red de distribución. Los medidores son colocados según los resultados de la sección 5.2.4, es decir en los nodos 3 y 4, garantizando que la red sea observable.

El análisis realizado es el mismo del caso uno, con la diferencia de que los medidores son ubicados en otros nodos, es decir, se analiza el tercer armónico, con cargas no lineales en los nodos 3 y 4 y con los instrumentos trifásicos de medida en el segundo y tercer nodo.

Las señales resultantes ya han sido analizadas en el caso 1.

Los resultados son representados de manera resumida en la tabla 6.

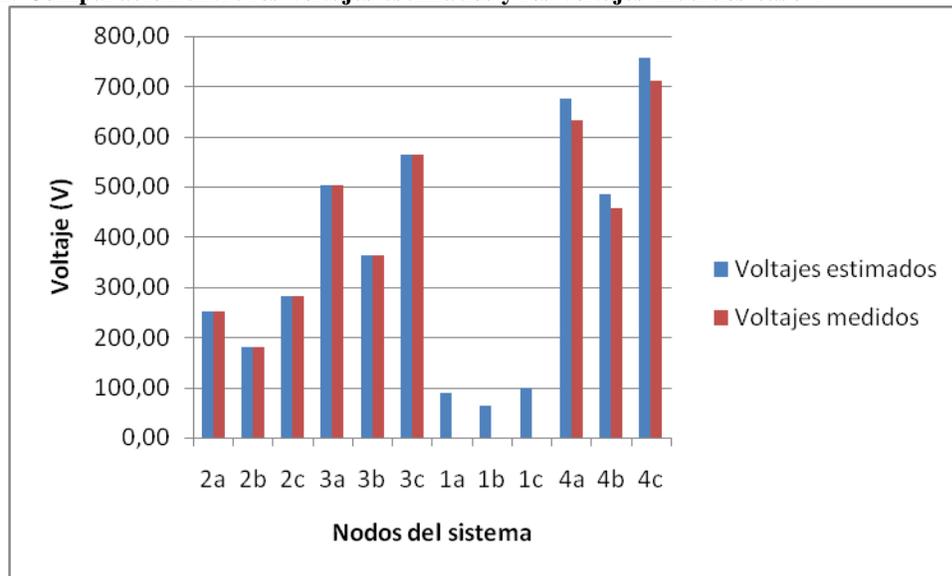
Tabla 6. Resultados caso 4. Análisis del tercer armónico

Nodo	Corriente I_y 3°		Límites angulares		Voltaje estimado 3°		Voltaje medido 3°	
	Corr I_y	Áng gra	Lim Inf	Lim Sup	Magnitud	Ángulo	Magnitud	Ángulo
2a	246,90	11,78	-14,11	165,89	251,90	75,89	251,90	75,89
2b	45,40	15,88	-13,85	166,15	180,70	76,15	180,70	76,15
2c	330,24	10,46	-14,59	165,41	281,80	75,41	281,20	75,41
3a	372,62	5,19	-14,17	165,83	503,73	75,83	503,70	75,83
3b	67,74	9,89	-13,87	166,13	361,96	76,13	362,00	76,13
3c	498,03	4,05	-14,48	165,52	563,50	75,52	563,50	75,52
1a	225366,61	-11,45	-26,30	153,70	87,90	63,70	0,33	91,50
1b	160325,21	-11,40	-26,26	153,74	62,53	63,74	0,13	-103,60
1c	253026,41	-12,43	-27,29	152,71	98,69	62,71	0,20	52,30
4a	502,14	2,02	-14,82	165,18	674,89	75,18	632,90	76,60
4b	93,23	7,00	-14,46	165,54	485,75	75,54	456,20	77,08
4c	687,04	2,77	-14,90	165,10	756,59	75,10	711,00	77,00

Usando los dos criterios de evaluación analizados en la sección 4.4.1 y realizando un análisis similar al caso 1, se puede observar que las posibles fuentes armónicas se localizan en los nodos 3 y 4.

La comparación de los valores estimados se pueden observar en la figura 31. Se ve como la calidad de los valores estimados mejora notoriamente.

Figura 31. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 4



5.2.6 Caso 5. El análisis realizado es el mismo del caso dos, con la diferencia de que los medidores son ubicados en los nodos 3 y 4. El objetivo es verificar la calidad de los estimados. Las señales resultantes ya han sido analizadas en el caso 2.

Los resultados se observan en la tabla 7.

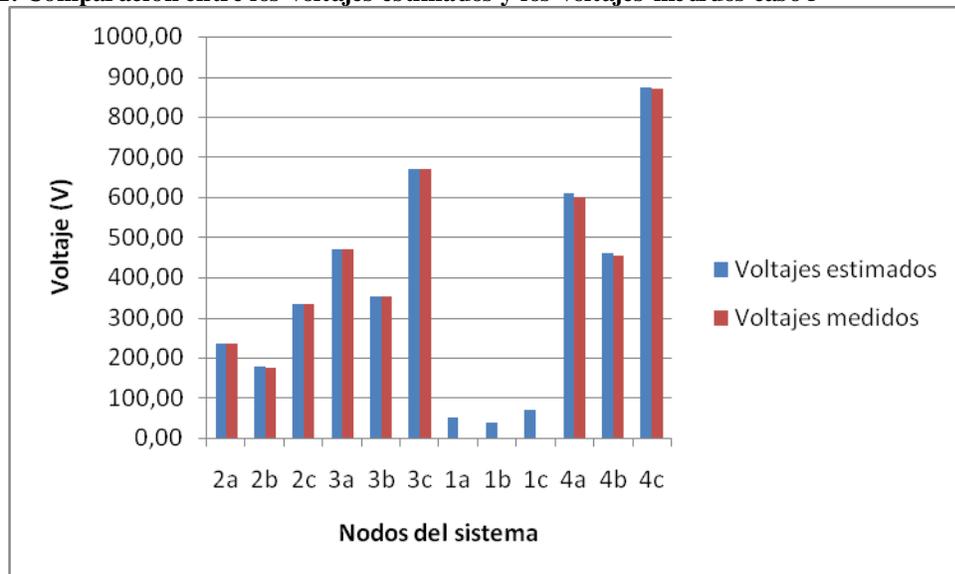
Tabla 7. Resultados caso 5. Análisis del quinto armónico

Nodo	Corriente I_5		Límites angulares		Voltaje estimado 5°		Voltaje medido 5°	
	Corr I_5	Áng gra	Lim Inf	Lim Sup	Magnitud	Ángulo	Magnitud	Ángulo
2a	214,47	75,52	55,39	235,39	234,52	145,39	234,50	145,40
2b	26,75	92,28	56,30	236,30	176,45	146,30	176,40	146,30
2c	545,84	81,51	58,41	238,41	334,82	148,41	334,80	148,40
3a	267,38	71,40	55,40	235,40	468,59	145,40	468,60	145,40
3b	35,51	84,31	56,30	236,30	352,54	146,30	352,60	146,30
3c	683,69	77,77	58,40	238,40	669,97	148,40	670,00	148,40
1a	127751,17	54,98	40,12	220,12	49,83	130,12	0,50	60,21
1b	98007,31	55,74	40,88	220,88	38,23	130,88	0,26	137,60
1c	180299,23	58,54	43,68	223,68	70,32	133,68	0,56	-134,10
4a	321,67	68,67	54,75	234,75	610,83	144,75	598,80	145,60
4b	46,54	78,93	55,63	235,63	460,25	145,63	454,08	146,50
4c	835,99	75,04	57,75	237,75	874,40	147,75	869,35	148,59

Usando los dos criterios de evaluación analizados en la sección 4.4.1 y realizando un análisis similar al caso 2, se puede observar que las posibles fuentes armónicas se localizan en los nodos 3 y 4.

La comparación de los valores estimados se pueden observar en la figura 32. Se ve como la calidad de los valores estimados mejora notoriamente.

Figura 32. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 5



5.2.7 Caso 6. El análisis realizado es el mismo del caso dos, con la diferencia de que los medidores son ubicados en los nodos 3 y 4. El objetivo es verificar la calidad de los estimados. Las señales resultantes ya han sido analizadas en el caso 2.

Los resultados se observan en la tabla 8.

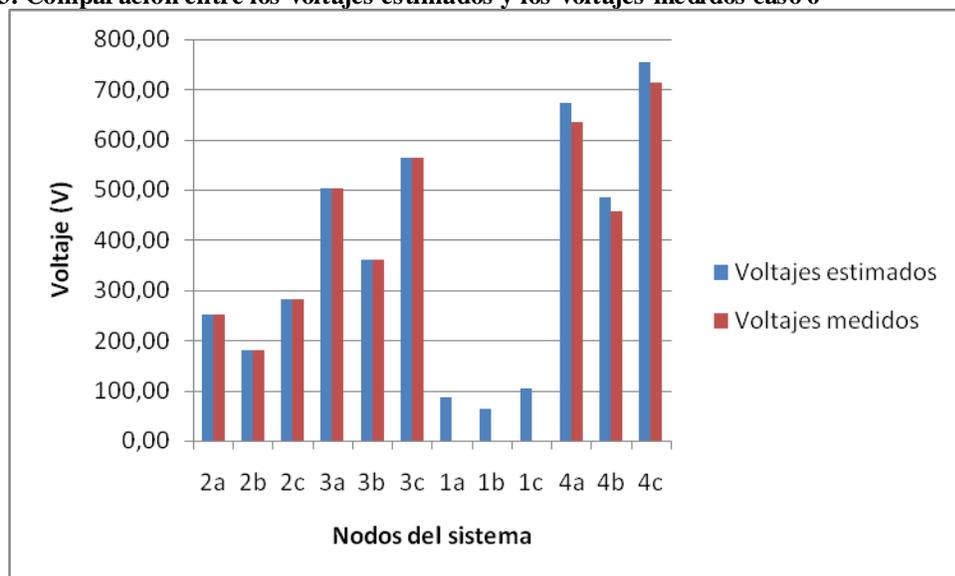
Tabla 8. Resultados caso 8. Análisis del tercer armónico

Nodo	Corriente I_y 3°		Límites angulares		Voltaje estimado 3°		Voltaje medido 3°	
	Corr I_y	Áng gra	Lim Inf	Lim Sup	Magnitud	Ángulo	Magnitud	Ángulo
2a	244,46	11,47	-9,76	170,24	251,85	80,24	251,90	80,24
2b	43,44	16,89	-10,98	169,02	180,10	79,02	180,10	79,03
2c	331,21	16,18	-13,40	166,60	282,18	76,60	282,20	76,60
3a	372,76	4,94	-11,14	168,86	503,08	78,86	503,10	78,86
3b	65,67	10,55	-11,28	168,72	360,67	78,72	360,70	78,72
3c	497,34	9,43	-11,93	168,07	562,80	78,07	562,80	78,07
1a	223386,71	-2,24	-17,10	162,90	87,13	72,90	0,30	143,13
1b	160533,30	-7,66	-22,52	157,48	62,61	67,48	0,10	-4,50
1c	265185,24	-16,14	-30,99	149,01	103,43	59,01	0,29	43,03
4a	503,02	1,67	-12,27	167,73	673,72	77,73	635,12	78,79
4b	91,13	7,35	-12,13	167,87	483,95	77,87	456,55	78,83
4c	684,81	6,61	-12,29	167,71	755,14	77,71	713,50	78,68

Usando los dos criterios de evaluación analizados en la sección 4.4.1 y realizando un análisis similar al caso 2, se puede observar que las posibles fuentes armónicas se localizan en los nodos 3 y 4.

La comparación de los valores estimados se pueden observar en la figura 33. Se ve como la calidad de los valores estimados mejora notoriamente.

Figura 33. Comparación entre los voltajes estimados y los voltajes medidos caso 6



Con las simulaciones anteriores se puede observar que los valores estimados se pueden mejorar con una ubicación óptima de los medidores y en la mayoría de los casos se puede inferir las posibles fuentes armónicas.

6. CONCLUSIONES

La liberación de los mercados de energía eléctrica ha conducido a las empresas a mejorar la calidad del servicio prestado, requiriendo para esto inversiones en el sistema de distribución, entre las que se destacan las efectuadas en equipos de medida, especialmente analizadores de armónicos.

La estimación de estado armónico reduce las inversiones al minimizar el número de equipos requeridos en el estudio de armónicos. Esto es posible ya que los estimadores de estado armónico se caracterizan por su capacidad de extrapolar la información disponible a nodos donde no se cuenta con información.

Se planteó una metodología para la identificación de fuentes armónicas en sistemas de distribución, y se resolvió usando un estimador basado en el filtro de Kalman. Además se planteó una metodología para la localización óptima de los analizadores de armónicos, cuyos objetivos son garantizar la observabilidad del sistema y mejorar la calidad de los valores estimados.

La técnica propuesta es de fácil implementación ya que requiere de información que normalmente poseen las empresas de energía eléctrica, tal como los parámetros de la red, la topología del sistema y algunas medidas provenientes de los analizadores de armónicos disponibles. Otras formas de estimación como es el caso de las técnicas Bayesianas [1], requieren de información adicional tal como: conocimiento más profundo de las cargas, datos históricos para la caracterización de las medidas y gran conocimiento del sistema de distribución.

El sistema fue modelado de forma trifásica ya que permite establecer de una manera más exacta las diferentes componentes armónicas de las señales en estudio. Una representación monofásica no permite establecer los efectos de las conexiones de los elementos, y estas en la práctica filtran componentes armónicas, como es el caso de las conexiones delta que eliminan la secuencia cero. Además de lo anterior en la representación monofásica no es posible modelar el efecto del desbalance presentado en las redes de distribución.

El sistema fue modelado bajo una representación estática lineal haciendo uso de las series de Fourier lo cual permite un análisis desacoplado de las componentes de frecuencia. Si el sistema es analizado en régimen transitorio se requeriría de técnicas matemáticas tales como: Análisis Wavelet, análisis de prioni, fasores dinámicos, entre otros.

El filtro de Kalman presenta un buen comportamiento con sistemas dinámicos lineales o linealizados alrededor de un punto de operación. La calidad de la estimación viene dada por las dos estimaciones que se ejecutan en cada paso de tiempo, la primera se basa en el modelo matemático y la segunda en las medidas tomadas en ese momento. En sistemas estáticos, el filtro de Kalman se reduce al criterio de mínimos cuadrados, ya que la matriz

de transición es la matriz identidad y por lo tanto la primera estimación es la misma anterior, quedando por realizar solo la segunda.

La localización óptima de medidores garantiza la observabilidad del sistema, eliminando singularidades propias del modelo matemático en redes radiales de distribución y mejora la calidad de los valores estimados. La localización evalúa la matriz de covarianza en cada una de las posibles combinaciones de ubicación de los medidores. En un sistema de gran tamaño y complejidad matemática es necesario hacer uso de técnicas de optimización combinatorial.

El criterio más eficiente para la identificación de fuentes armónicas es el que usa el voltaje nodal como variable de decisión. En este se verifican las magnitudes de los voltajes nodales siendo los de mayor valor los que identifican las fuentes armónicas.

El criterio de inyección de corriente para verificar la existencia de fuentes armónicas, puede ser útil cuando se tiene información de las cargas, sin embargo, si no se tienen dichos datos, este criterio puede tomarse como un respaldo de la anterior.

En la mayoría de escenarios estudiados, la localización óptima de medidores, el algoritmo de estimación (filtro de Kalman) y los criterios de evaluación analizados, permitieron la localización de fuentes armónicas en sistemas de distribución, además de proporcionar una buena calidad en los valores estimados.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ANTONA Gabriel, MUSCAS Carlos y SULIS Sara. *State Estimation for the Localization of Harmonic Sources in Electric Distribution Systems*. 2008
- [2] ARRILLAGA Jos, SMITH Bruce, WATSON Neville y WOOD Alan. *Power System Harmonic Analysis*. Nueva Zelanda. 1997. 369 p.
- [3] ELABIAD Ahmed y STADD Glenn. *Computer Methods in Power System Analysis*. Estados Unidos. 1968. 427 p.
- [4] COMISIÓN DE REGULACIÓN DE ENERGÍA Y GAS. Resolución 070 de 1998. Por la cual se establece el reglamento de distribución de energía, como parte del reglamento de Operación del sistema interconectado nacional. 63 páginas. CREG. 1998
- [5] GRADY Mack. *Understanding Power System Harmonics*. Universidad de Texas. 2006. 182 páginas.
- [6] HEYDT Gerald. *Identification of Harmonic Sources by a State Estimation Technique*. 1989.
- [7] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS. Normas Colombianas para la presentación de trabajos de investigación. Sexta Actualización. Santafé de Bogotá D.C. ICONTEC, 2008.
- [8] IEEE, *Electrical Engineering Dictionary*. 2000. 773 p.
- [9] IEEE, *Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*. 1993. 101 P.
- [10] IEEE *Test System for Harmonic Modeling and Simulation*. 1999
- [11] IEEE. MAHMOUD Aly, *Tutorial Course Power System Harmonics*. 1984. 158 p.

[12] HAROLD J. Larson. Introducción a la teoría de probabilidades e inferencia estadística. México. 1978. 466 páginas.

[13] MA Haili y GIRGIS Adly. *Identification and Tracking of Harmonic Sources in a Power System Using a Kalman Filter*. 1996

[14] OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna. México. Universidad de Minnesota. Tercera Edición. 1998. 999 p.

[15] PARRA LÓPEZ, Estrella Esperanza. Análisis de Armónicos en Sistemas de Distribución. Bogotá. Universidad Nacional de Colombia. 2004. 84 p.

[16] PETER Swerling. *Modern State Estimation Methods from the Viewpoint of the Method of Least Squares*. 1971

[17] RUIZ VALLEJO, Jorge Mario, ORTIZ QUINTERO, Francisco Hernando, RIOS PORRAS, Carlos Alberto. Identificación de Fuentes Armónicas con la Técnica de Estimación de Estado y Filtro de Kalman. Pereira. UTP. 2007

[18] SIMON Dan. *Optimal State Estimation*. Canadá. 2006. 526 p.

[19] ZARCHAN Paul. *Fundamental of Kalman Filtering A Practical Approach*. Massachusetts. MIT. 2005. 705 p.

[20] DU, Z., ARRILLAGA, Jos, WATSON, N. *Continuous harmonic state estimation of power systems*. 1996

ANEXO A

Cualquier señal periódica puede representarse dentro de las series de Fourier, con un término DC, un término a la frecuencia fundamental y términos armónicos (múltiplos enteros de la frecuencia fundamental). Esto puede ser escrito como se muestra en la siguiente ecuación:

$$i(t) = I_{avg} + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sin(k\omega_0 t + \theta_0) \quad (76)$$

Donde I_{avg} es el promedio de la función (frecuentemente referida como valor DC). I_k Es la magnitud pico de cada armónico, ω_0 es la frecuencia fundamental (en radianes por segundo) y θ_0 es el ángulo de fase de cada armónico.

La ecuación (65) puede ser escrita en forma rectangular de la siguiente forma:

$$i(t) = I_{avg} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)] \quad (77)$$

Donde:

$$I_{avg} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t) dt \quad (78)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t) \cos(k\omega_0 t) dt \quad (79)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t) \sin(k\omega_0 t) dt \quad (80)$$

Y T representa el período de la función $i(t)$.

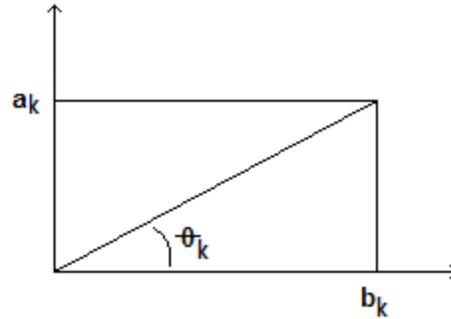
Las ecuaciones (67) a (69) son los coeficientes de Fourier.

La relación con la forma polar (y por tanto, la conveniente forma fasorial) puede ser descrita usando las relaciones trigonométricas. Con ayuda de la figura 13 se tiene:

$$a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t) = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \left[\frac{a_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}} \cos(k\omega_0 t) + \frac{b_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}} \sin(k\omega_0 t) \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{a_k^2 + b_k^2} [\sin(\theta_k) \cos(k\omega_0 t) + \cos(\theta_k) \sin(k\omega_0 t)] \\
 &= I_k \sin(k\omega_0 t + \theta_k)
 \end{aligned}$$

Figura 34. Relación entre la forma cartesiana y la forma polar



La relación entre la forma polar y la forma cartesiana se resumen en las siguientes ecuaciones:

$$I_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (81)$$

$$\tan \theta_k = \frac{a_k}{b_k} \quad (82)$$

ANEXO B

El problema general de estimación de estado puede ser formulado como sigue: Sea $\bar{x}(t)$ el “estado”; $\bar{z}(t)$ un vector que representa los datos observados; $\bar{\theta}(t)$ errores agregados a las medidas; y $\bar{f}[\bar{x}(t), t]$ una función que describe la dependencia de las medidas del estado si no hay errores. Entonces se puede suponer

$$\bar{z}(t) = \bar{f}[\bar{x}(t), t] + \bar{\theta}(t) \quad (83)$$

Si $\bar{f}[\bar{x}(t), t]$ depende linealmente del estado $\bar{x}(t)$, entonces será llamado “caso de dependencia lineal” o “caso lineal” y la ecuación (72) toma la siguiente forma:

$$\bar{z}(t) = \bar{C}(t)\bar{x}(t) + \bar{\theta}(t) \quad (84)$$

Si se supone que los datos observados consisten de un conjunto finito de cantidades escalares $\{z_\mu\}$, $\mu = 1, \dots, N$; el estado es representado por un conjunto finito de constantes $\{\bar{x}_i\}$, $i = 1, \dots, n$; y la relación entre las medidas y el estado es

$$z_\mu = f_\mu[\bar{x}, t_\mu] + \theta_\mu \quad (85)$$

Donde $\bar{x} = (x_1 \dots x_n)$, entonces se tiene una formulación alternativa más práctica del problema de estimación.

En el caso de dependencia lineal, la ecuación (74) tomaría la forma siguiente:

$$z_\mu = \sum_{i=1}^n x_i c_{i\mu}(t_\mu) + \theta_\mu \quad (86)$$

Para el modelo descrito en (74) se define un procedimiento de “mínimos cuadrados generalizados” (gls, por sus siglas en inglés *generalized least squares*) para obtener los estimados \hat{x}_i de los parámetros x_i como sigue:

Sea:

$$Q = \sum_{\mu, v=1}^n [z_\mu - f_\mu(\bar{x}, t_\mu)] g_{\mu v} [z_v - f_v(\bar{x}, t_v)] \quad (87)$$

Donde,

$$\bar{x} = (x_1 \quad \dots \quad x_n)$$

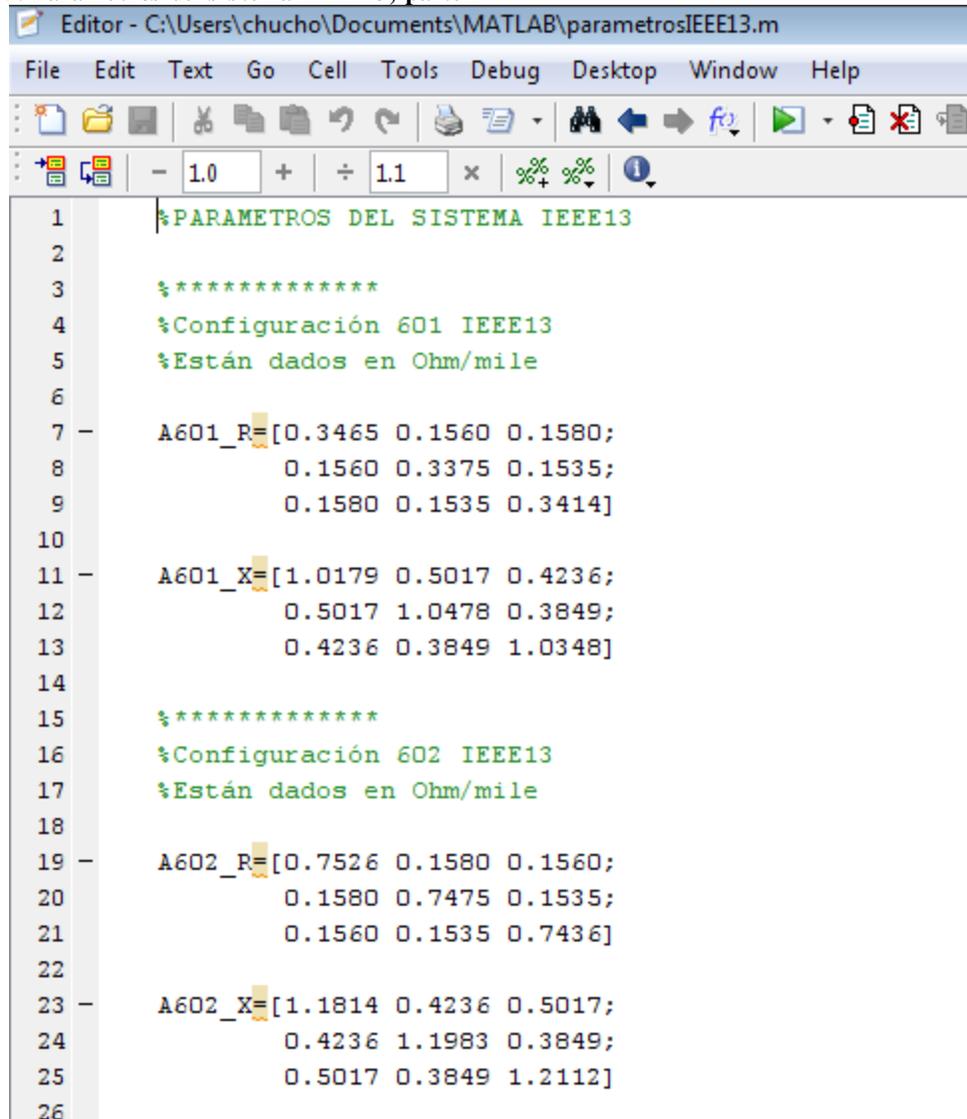
$[q] = (q_{\mu\nu})$ Es una matriz simétrica definida positiva

Después, por definición, un procedimiento en los cuales los estimados $\{\bar{x}_i\}$ son obtenidos por minimización de Q con respecto a \bar{x} es un procedimiento por mínimos cuadrados generalizados. En éste caso $[q]$ no necesariamente es una matriz diagonal.

ANEXO C

Los datos usados en el sistema de simulación son sacados del modelo de prueba IEEE13 nodos, los cuales se pueden ver en las siguientes figuras (algoritmo que alimenta el modelo construido en *Simulink*).

Figura 35. Parámetros del sistema IEEE13, parte 1



```
1  %PARAMETROS DEL SISTEMA IEEE13
2
3  %*****
4  %Configuración 601 IEEE13
5  %Están dados en Ohm/mile
6
7  A601_R=[0.3465 0.1560 0.1580;
8          0.1560 0.3375 0.1535;
9          0.1580 0.1535 0.3414]
10
11 A601_X=[1.0179 0.5017 0.4236;
12         0.5017 1.0478 0.3849;
13         0.4236 0.3849 1.0348]
14
15 %*****
16 %Configuración 602 IEEE13
17 %Están dados en Ohm/mile
18
19 A602_R=[0.7526 0.1580 0.1560;
20         0.1580 0.7475 0.1535;
21         0.1560 0.1535 0.7436]
22
23 A602_X=[1.1814 0.4236 0.5017;
24         0.4236 1.1983 0.3849;
25         0.5017 0.3849 1.2112]
26
```

Figura 36. Parámetros del sistema IEEE13, parte 2

```
27 %*****
28 %Configuración 603 IEEE13
29 %Están dados en Ohm/mile
30
31 - A603_R=[1.3294 0.2066;
32         0.2066 1.3238]
33
34 - A603_X=[1.3471 0.4591;
35         0.4591 1.3569]
36
37 %*****
38 %Configuración 604 IEEE13
39 %están dados en Ohm/mile
40
41 - A604_R=[1.3238 0.2066;
42         0.2066 1.3294]
43
44 - A604_X=[1.3569 0.4591;
45         0.4591 1.3471]
46
47 %*****
48 %Configuración 605 IEEE13
49 %Están dados en Ohm/mile
50
51 - A605_R=[1.3292]
52 - A605_X=[1.3475]
```

Figura 37. Parámetros del sistema IEEE13, parte 3

```
53
54 %*****
55 %Configuración 606 IEEE13
56 %Están dados en Ohm/mile
57
58 - A606_R=[0.7982 0.3192 0.2849;
59         0.3192 0.7891 0.3192;
60         0.2849 0.3192 0.7982]
61
62 - A606_X=[0.4463 0.0328 0.0143;
63         0.0328 0.4041 0.0328;
64         0.0143 0.0328 0.4463]
```

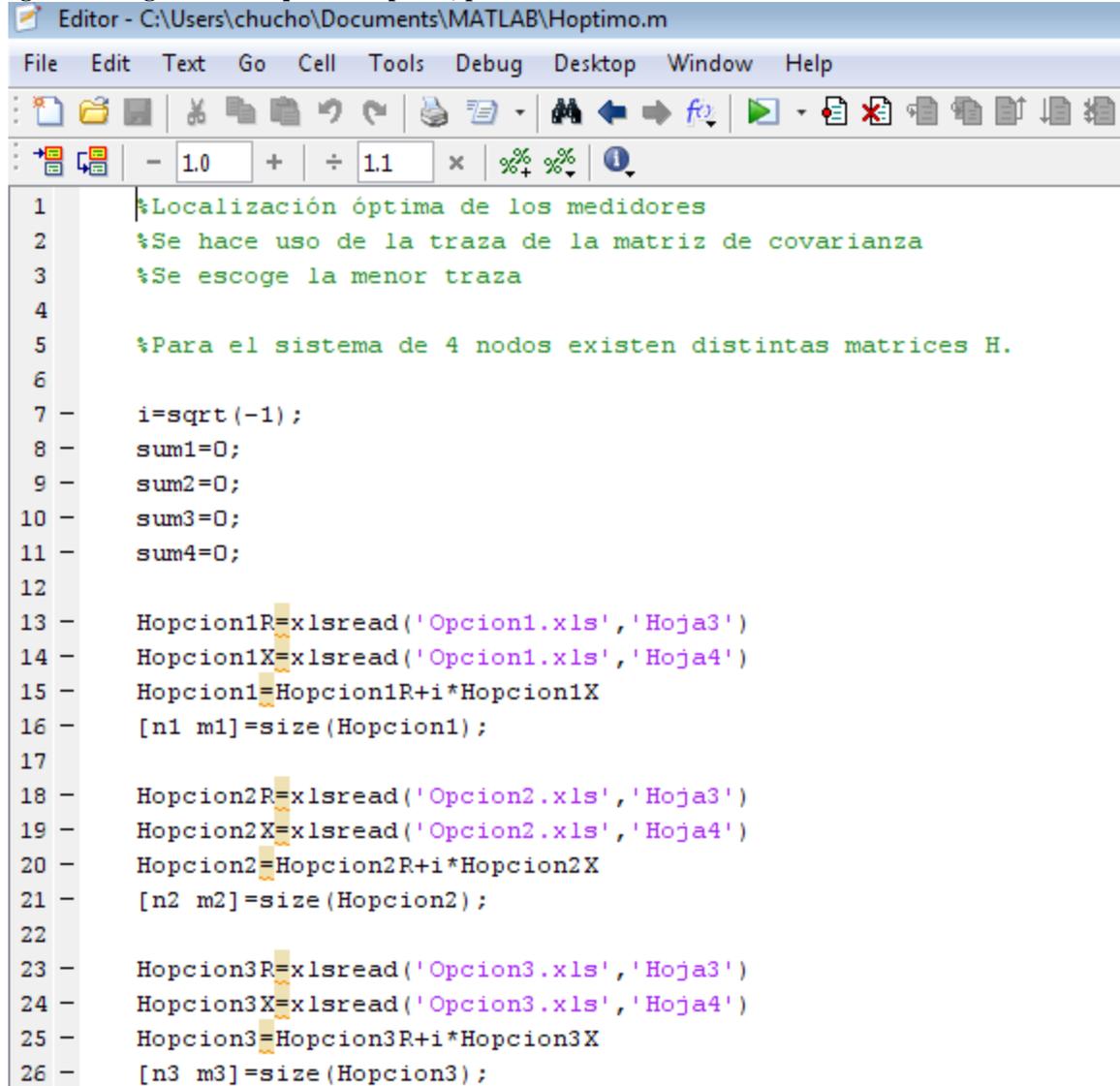
Figura 38. Parámetros del sistema IEEE13, parte 4

```
74      %Línea 650-632 en ohm
75 -    B_650632_R=1.9050e-4*2000*A601_R
76 -    B_650632_X=1.9050e-4*2000*A601_X
77      %Inductancia de la línea
78 -    L_650632=(1/377)*B_650632_X
79
80      %Línea 632-671 en ohm
81 -    B_632671_R=1.9050e-4*2000*A601_R
82 -    B_632671_X=1.9050e-4*2000*A601_X
83      %Inductancia de la línea
84 -    L_632671=(1/377)*B_632671_X
85
86      %Línea 671-680 en ohm
87 -    B_671680_R=1.9050e-4*1000*A601_R
88 -    B_671680_X=1.9050e-4*1000*A601_X
89      %Inductancia de la línea
90 -    L_671680=(1/377)*B_671680_X
91
92      %Línea 632-633 en ohm
93 -    B_632633_R=1.9050e-4*500*A602_R
94 -    B_632633_X=1.9050e-4*500*A602_X
95      %Inductancia de la línea
96 -    L_632633=(1/377)*B_632633_X
97
98      %línea 632-645 en ohm
99 -    B_632645_R=1.9050e-4*500*A603_R
100 -    B_632645_X=1.9050e-4*500*A603_X
101      %Inductancia de la línea
102 -    L_632645=(1/377)*B_632645_X
103
```

ANEXO D

A continuación se presentarán los algoritmos para elegir la mejor configuración de los medidores y el algoritmo de estimación en las siguientes figuras.

Figura 39. Algoritmo búsqueda H óptimo, parte 1



```
1 %Localización óptima de los medidores
2 %Se hace uso de la traza de la matriz de covarianza
3 %Se escoge la menor traza
4
5 %Para el sistema de 4 nodos existen distintas matrices H.
6
7 i=sqrt(-1);
8 sum1=0;
9 sum2=0;
10 sum3=0;
11 sum4=0;
12
13 Hopcion1R=xlsread('Opcion1.xls','Hoja3')
14 Hopcion1X=xlsread('Opcion1.xls','Hoja4')
15 Hopcion1=Hopcion1R+i*Hopcion1X
16 [n1 m1]=size(Hopcion1);
17
18 Hopcion2R=xlsread('Opcion2.xls','Hoja3')
19 Hopcion2X=xlsread('Opcion2.xls','Hoja4')
20 Hopcion2=Hopcion2R+i*Hopcion2X
21 [n2 m2]=size(Hopcion2);
22
23 Hopcion3R=xlsread('Opcion3.xls','Hoja3')
24 Hopcion3X=xlsread('Opcion3.xls','Hoja4')
25 Hopcion3=Hopcion3R+i*Hopcion3X
26 [n3 m3]=size(Hopcion3);
```

Figura 40. Algoritmo búsqueda H óptimo, parte 2

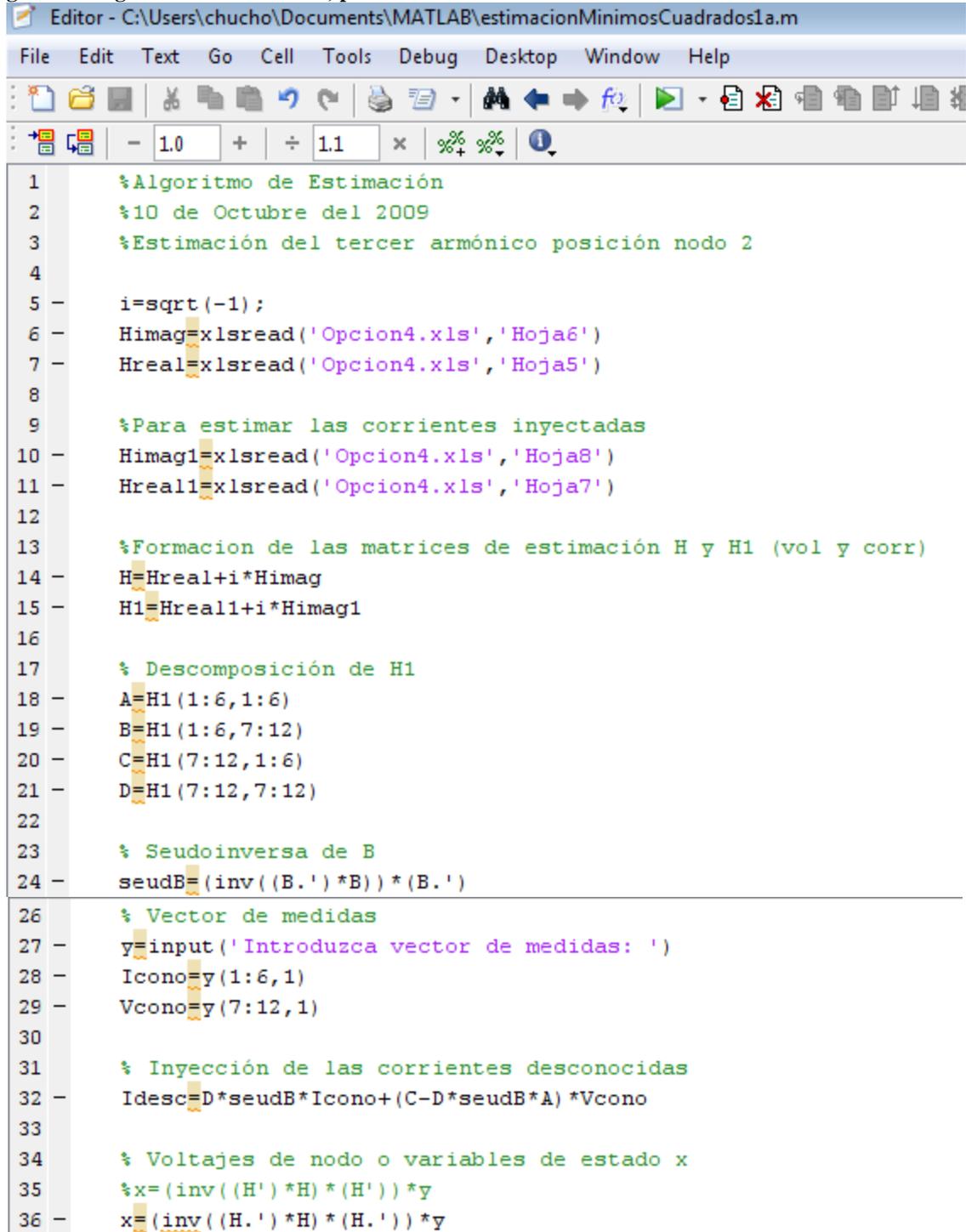
```
28 - Hopcion4R=xlsread('Opcion4.xls','Hoja3')
29 - Hopcion4X=xlsread('Opcion4.xls','Hoja4')
30 - Hopcion4=Hopcion4R+i*Hopcion4X
31 - [n4 m4]=size(Hopcion4);
32
33 - Popcion1=inv((Hopcion1.)*Hopcion1)
34 - Popcion2=inv((Hopcion2.)*Hopcion2)
35 - Popcion3=inv((Hopcion3.)*Hopcion3)
36 - Popcion4=inv((Hopcion4.)*Hopcion4)
37
38 - for conf=1:n1
39 -     for conc=1:m1
40 -         sum1=sum1+Popcion1(conf,conc);
41 -     end
42 - end
43
44 - magsum1=abs(sum1)
45
46 - for conf=1:n1
47 -     for conc=1:m1
48 -         sum2=sum2+Popcion2(conf,conc);
49 -     end
50 - end
51
52 - magsum2=abs(sum2)
53
54 - for conf=1:n1
55 -     for conc=1:m1
56 -         sum3=sum3+Popcion3(conf,conc);
57 -     end
58 - end
```

Figura 41. Algoritmo búsqueda H óptimo, parte 3

```
62 - for conf=1:n1
63 -     for conc=1:m1
64 -         sum4=sum4+Popcion4(conf,conc);
65 -     end
66 - end
67
68 - magsum4=abs(sum4)
69
70 - sum=[magsum1 magsum2 magsum3 magsum4]';
71 - xlswrite('Opcion4.xls',sum,'Hoja9','A2:A5')
```

El algoritmo de estimación se observa en las siguientes figuras

Figura 42. Algoritmo de estimación, parte 1



```
1 %Algoritmo de Estimación
2 %10 de Octubre del 2009
3 %Estimación del tercer armónico posición nodo 2
4
5 i=sqrt(-1);
6 Himag=xlsread('Opcion4.xls','Hoja6')
7 Hreal=xlsread('Opcion4.xls','Hoja5')
8
9 %Para estimar las corrientes inyectadas
10 Himagl=xlsread('Opcion4.xls','Hoja8')
11 Hreal1=xlsread('Opcion4.xls','Hoja7')
12
13 %Formacion de las matrices de estimación H y H1 (vol y corr)
14 H=Hreal+i*Himag
15 H1=Hreal1+i*Himag1
16
17 % Descomposición de H1
18 A=H1(1:6,1:6)
19 B=H1(1:6,7:12)
20 C=H1(7:12,1:6)
21 D=H1(7:12,7:12)
22
23 % Seudoinversa de B
24 seudB=(inv((B.')*B))*(B.')
25
26 % Vector de medidas
27 y=input('Introduzca vector de medidas: ')
28 Icono=y(1:6,1)
29 Vcono=y(7:12,1)
30
31 % Inyección de las corrientes desconocidas
32 Idesc=D*seudB*Icono+(C-D*seudB*A)*Vcono
33
34 % Voltajes de nodo o variables de estado x
35 %x=(inv((H')*H)*(H'))*y
36 x=(inv((H.')*H)*(H.))*y
```

Figura 43. Algoritmo de estimación, parte 2

```

38     % Voltajes de nodo
39 -   V650=x(7:9,1)
40 -   V680=x(10:12,1)
41 -   V632=x(1:3,1)
42 -   V671=x(4:6,1)
43
44     %Nuevamente las corrientes
45     %Iotravez=H1*x
46
47     % Corrientes por las líneas
48 -   IL650632=Y650632*(V650-V632)
49 -   IL632671=Y650632*(V632-V671)
50 -   IL671680=Y671680*(V671-V680)
51
52     % Corrientes y para la evaluación del criterio
53 -   Iy650=Idesc(1:3,1)-IL650632
54 -   Iy632=Icono(1:3,1)-IL632671
55 -   Iy671=Icono(4:6,1)-IL671680
56 -   Iy680=Idesc(4:6,1)
57
58 -   Iy=[Iy632;Iy671;Iy650;Iy680]
64     % Calculo de las magnitudes de los voltajes
65 -   for k=1:length(x)
66 -       xmagV(k)=abs(x(k));
67 -       angulo(k)=angle(x(k));
68 -       Iymag(k)=abs(Iy(k));
69 -       Iyang(k)=angle(Iy(k));
70 -   end
71
72 -   magx=xmagV'
73 -   angx=angulo'
74 -   magIy=Iymag'
75 -   angIy=Iyang'
76
77 -   xlswrite('AnalisisDatosa',magx,'Hoja1','E2:E13')
78 -   xlswrite('AnalisisDatosa',angx,'Hoja1','F2:F13')
79 -   xlswrite('AnalisisDatosa',magIy,'Hoja1','B2:B13')
80 -   xlswrite('AnalisisDatosa',angIy,'Hoja1','C2:C13')

```